

Επαναληπτικές Διαδικασίες στην Εκπαίδευση στις Φυσικές Επιστήμες, τα Μαθηματικά και την Πληροφορική

Σαράντος Ι. Οικονομίδης, Γεώργιος Θεοφ. Καλκάνης

Εργαστήριο Φυσικών Επιστημών, Τεχνολογίας και Περιβάλλοντος,
Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Πανεπιστήμιο Αθηνών

sarecon@gmail.com, kalkanis@primedu.uoa.gr, <http://micro-kosmos.uoa.gr>

Περίληψη. Στην εργασία αυτή παρουσιάζεται ένα εκπαιδευτικό πακέτο με κεντρικό άξονα την έννοια της «επανάληψης» στα μαθηματικά, τις φυσικές επιστήμες και την πληροφορική. Το εκπαιδευτικό αυτό πακέτο δημιουργείται στα πλαίσια του προγράμματος ΠΛΕΙΑΔΕΣ – ενότητα ΝΗΡΗΙΔΕΣ. Ο τίτλος του πακέτου είναι «Επαναληπτικές Διαδικασίες». Αποτελείται από δύο εισαγωγικές δραστηριότητες τρεις ενότητες και εννέα σενάρια. Στα περισσότερα σενάρια έχουν δημιουργηθεί μοντελοποιήσεις στα αντίστοιχα θέματα κυρίως με το Microworlds pro. Στο πακέτο υπάρχουν δραστηριότητες που αναπτύσσονται αρχικά με μολύβι και χαρτί, στη συνέχεια σε πρόγραμμα δυναμικής Γεωμετρίας (The Geometer's Sketchpad) και τέλος σε προγραμματιστικό logo like περιβάλλον (Microworlds Pro) με στόχο να προσεγγίσουν οι μαθητές την αλγοριθμική δομή επανάληψης με διερευνητικό τρόπο. Επίσης υπάρχουν δραστηριότητες που υποστηρίζουν την εμπλοκή των μαθητών στην παρατήρηση, την ανάπτυξη υποθέσεων, τον σχεδιασμό, τον πειραματισμό τη δημιουργική επίλυση προβλημάτων καθώς και τη διαθεματική προσέγγιση. Μια αρχική εφαρμογή / αξιολόγηση του 50 % του πακέτου αυτού έγινε σε φοιτητές του Π.Τ.Δ.Ε. του Πανεπιστημίου Αθηνών.

Εισαγωγή

Οι δύο εισαγωγικές δραστηριότητες είναι:

1. Γνωριμία με τις επαναληπτικές διαδικασίες
2. Γνωριμία με τα fractals

Οι τρεις ενότητες και τα εννέα σενάρια είναι:

1. Παραγωγή και μελέτη μαθηματικών fractals
 - A. Fractal «δέντρα»
 - B. Η ακμή και η «χιονονιφάδα» του Koch
 - Γ. Η σκόνη του Cantor
 - Δ. Το «τρυπητό» και το «χαλί» του Sierpinski
2. Παραγωγή και μελέτη φυσικών fractals
 - A. Ακτογραμμές
 - B. Ηλεκτροεναποθέσεις
 - Γ. Μπάλες από διάφορα υλικά
 - Δ. Η fractal διάσταση της αντίστασης
3. Χάος και fractals
 - A. Χαιστική συμπεριφορά

Με κάποιες επαναληπτικές διαδικασίες είναι δυνατόν να κατασκευάζονται τραχιές και κατακερματισμένες δομές (Fractals ή Θρύμματα ή Μορφοκλάσματα).

Η πρόταση είναι εστιασμένη στα fractals και τις ιδιότητές τους, πράγμα που δίνει προστιθέμενη διδακτική αξία στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση και μπορεί να προκαλέσει το ενδιαφέρον των μαθητών (Σκορδούλης Κ. 2004). Αρκετές προτάσεις που αναφέρονται σε

δραστηριότητες κατάλληλες για τη δευτεροβάθμια εκπαίδευση έχουν δημοσιευτεί μετά το 1985 και έχουν θέμα τα fractals (Naylor Michael 1999, M.A.F.Gomes 1987, R.H.Ko and C.P.Bean 1991, Esbenshade D 1991). Αρκετές από αυτές έχουν δοκιμαστεί σε σχολεία με θετικά αποτελέσματα. (Sergey V Buldyrev, Melissa J. Erickson, Peter Garik, Linda S. Shore, Eugene Stanley, Edwin F. Taylor, και Paul A. Trunfio 1994)

Υπάρχουν όμως και δραστηριότητες που εστιάζουν στα βασικά χαρακτηριστικά μιας επαναληπτικής δομής και στην επίλυση προβλημάτων που απαιτούν την επανάληψη συγκεκριμένων ενεργειών. Στην πληροφορική μια διαδικασία που καλεί το όνομά της μέσα στη διαδικασία, καλείται επαναληπτική διαδικασία. Επίσης προσεγγίζονται οι επαναληπτικές δομές σαν πρότυπα πάνω στα οποία δομούνται οι επαναληπτικές διαδικασίες οι οποίες με τη σειρά τους εντάσσονται στους αλγορίθμους και στα προγράμματα.

Στην εισαγωγή του πακέτου γίνεται αναφορά και υπάρχουν εικόνες για επαναληπτικές δομές και διαδικασίες που συναντάμε καθημερινά στο χώρο, την ιστορία, το χρόνο, την κουλτούρα τη φιλοσοφία την τέχνη, την ανάπτυξη της οικονομίας το εμπόριο, τη δομή της κοινωνίας, τα παραμύθια τα παιχνίδια, τα οπτικά φαινόμενα, τα φυτά, τα βουνά, τα εδάφη, τα πετρώματα, τους υδάτινους τόπους, την αναπαραγωγή και άλλα.

Οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στις επαναληπτικές δομές οφείλονται στην έλλειψη εμπειρίας, και στην διδακτική προσέγγιση που ακολουθείται η οποία δεν τους δίνει τη δυνατότητα για διερεύνηση, πειραματισμό, σύγκριση, και ερμηνεία της λειτουργίας διαφόρων προγραμμάτων (Γρηγοριάδου, Γούλογλου, Γούλη 2004).

Στο πακέτο προσεγγίζονται αρκετές έννοιες κλειδιά για τις φυσικές επιστήμες και τα μαθηματικά, όπως: Τοπολογική διάσταση, διάσταση Hausdorff-Besicovitch (την οποία αποκαλούμε fractal διάσταση), κλίμακα, αυτοομοιότητα, κλίση, κανονικότητα, πολυπλοκότητα, αλγόριθμος, αλγοριθμική δομή, όριο και άλλες. Η έννοια διάσταση στις διάφορες βαθμίδες της εκπαίδευσης θα πρέπει να είναι, ίσως, ένα από τα πρώτα βήματα για την ενασχόλησή μας με τη fractal γεωμετρία που εισήγαγε ο Mandelbrot (Βίτσας Θ, Κολέζα Ε., Σκορδούλης Κ. 1996).

Εκπαιδευτική Μεθοδολογία

Η κεντρική ιδέα ανάπτυξης των σεναρίων είναι η προσέγγιση της εκάστοτε θεματικής ενότητας μέσω της ιστορικά καταξιωμένης επιστημονικής / ερευνητικής μεθόδου, αυτής που όχι μόνο απετέλεσε - και αποτελεί - το εργαλείο του ανθρώπου / ερευνητή / επιστήμονα για την κατανόηση και περιγραφή του κόσμου του και εξοικειώνει / ασκεί το μαθητή με / στην επιστημονική σκέψη, αλλά - τελικά - και οριοθετεί (μαζί με την επιστημονική δεοντολογία) και αυτή την ίδια την επιστήμη από τις άλλες γνωσιακές περιοχές. Η επιστημονική / ερευνητική μέθοδος έχει διαμορφωθεί κατάλληλα σε εκπαιδευτική μέθοδο, ερευνητικά εξελισσόμενο εκπαιδευτικό μοντέλο (Καλκάνης 2005), με τα παρακάτω βήματα:

1. Έναυσμα ενδιαφέροντος – Παρατηρώ, Πληροφορούμαι, Ενδιαφέρομαι
2. Διατύπωση Υποθέσεων – Προβληματίζομαι, Συζητώ, Υποθέτω
3. Πειραματισμός – Ερευνώ, Ενεργώ, Πειραματίζομαι
4. Διατύπωση Θεωρίας – Συμπεραίνω, Καταγράφω, Ερμηνεύω
5. Συνεχής Έλεγχος – Εμπεδώνω, Γενικεύω

Συγκεκριμένα στο κάθε σενάριο περιλαμβάνονται εναύσματα ώστε να προκληθεί το ενδιαφέρον των μαθητών, ερωτήσεις προβληματισμού που προτρέπουν τους μαθητές να διατυπώνουν υποθέσεις, δραστηριότητες (συγκέντρωσης πληροφοριών, καταγραφής παρατηρήσεων από πειράματα στο εργαστήριο ή από αλληλεπιδραστικές ασκήσεις λογισμικού, κατασκευής μοντέλων, ...) για την καταγραφή παρατηρήσεων, υποστηρίζεται η διεύρυνση των παρατηρήσεων και η εξαγωγή συμπερασμάτων και, τέλος, εξασφαλίζεται η

εμπέδωση με τη σταδιακή καθοδήγηση των μαθητών στη γενίκευση, στη μεταφορά και εφαρμογή της γνώσης στα φαινόμενα και τις καταστάσεις της καθημερινής ζωής.

Ο εκπαιδευτικός φροντίζει να εναλλάσσουν ρόλους οι μαθητές που συμμετέχουν να υπενθυμίζει τα χρονικά περιθώρια που υπάρχουν.

Φύλλο εργασίας και αναφοράς. Σε κάθε σενάριο υπάρχει το αντίστοιχο φύλλο εργασίας και αναφοράς που υποστηρίζει το διερευνητικό τρόπο εργασίας. Το φύλλο αυτό έχει πέντε τομείς: έναυσμα - υποθέσεις - πειραματισμός - συμπεράσματα - γενικεύσεις.

Στην αρχή κάθε σεναρίου εκτυπώνεται, και δίνεται στους μαθητές για να οδηγηθούν στον τρόπο εργασίας.

Αξιολόγηση και εργαλεία Αξιολόγησης

Η αξιολόγηση θα μπορούσε να γίνει με το φύλλο εργασίας και αναφοράς της εργαστηριακής άσκησης που συμπληρώνουν οι μαθητές σε κάθε σενάριο και από την ποιότητα των έργων που πιθανώς θα παράγουν. Ανεξάρτητα από τα σενάρια που υπάρχουν στο παρόν εκπαιδευτικό υλικό, προτείνεται η δημιουργία έργων, από τις ομάδες των μαθητών, με θέματα που οι ίδιοι θα επιλέγουν μετά την ενασχόλησή τους με κάθε σενάριο. Εκπαιδευτικά λογισμικά όπως τα "MicroWorlds Pro", "The Geometer's Sketchpad", "Modellus", Αλληλεπιδραστικά λογισμικά από το διαδίκτυο και java applets όπως τα fractal coastline και DLA, αλλά και εργαλεία όπως το "Hot potatoes", καθώς και λογισμικά παρουσιάσεων ή κατασκευής ιστοσελίδων διευκολύνουν τα έργα αυτά. Ο εκπαιδευτικός βοηθά τους μαθητές στη συλλογή των πληροφοριών, στον καθορισμό του προβλήματος, και οργανώνει τη συζήτηση, το σχολιασμό και τις παρουσιάσεις των έργων των μαθητών. Δίνει έμφαση στην συνεργασία, με στόχο τη βελτίωση της ποιότητας της εργασίας του κάθε μαθητή. Τα έργα των μαθητών μπορούν να είναι σε μορφή δημοσιεύσιμη στο διαδίκτυο και κατάλληλα για τον ενδιαφερόμενο πιθανό αναγνώστη. Οι μαθητές κρίνουν τα έργα άλλων μαθητών επικοινωνώντας και ηλεκτρονικά. Στόχος είναι όλοι οι μαθητές να δημιουργήσουν αξιόλογα έργα.

Σε κάθε σενάριο, στις "Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό" υπάρχουν προτεινόμενες διευθύνσεις στο διαδίκτυο για περαιτέρω συλλογή πληροφοριών, διερευνητικών λογισμικών, κλπ. Προτείνεται να γίνονται πρώτα οι δύο εισαγωγικές δραστηριότητες διότι εκεί προσεγγίζονται οι απαραίτητες έννοιες που είναι χρήσιμες στη συνέχεια. Η προσέγγιση που θεωρούμε ότι είναι η καλύτερη βασίζεται στη συνεργασία δύο ή τριών ατόμων με σκοπό την δημιουργική επίλυση προβλημάτων. Οι ρόλοι των μαθητών και των εκπαιδευτικών φαίνονται στον παρακάτω πίνακα 1.

Πίνακας 1. Εκπαιδευτικά προσαρμοσμένοι ρόλοι

ΠΙΝΑΚΑΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΚΑΙ ΣΧΕΣΕΩΝ				
	<i>Συλλογή πληροφοριών</i>	<i>Αλληλεπίδραση, επικοινωνία, συνεργασία</i>	<i>Δημιουργία, καινοτομία</i>	<i>Παρουσίαση, προσφορά, διασπορά ιδεών</i>
<i>Μαθητής</i>			Επίλυση προβλήματος	
<i>Ομάδα μαθητών και καθηγητής</i>	Πηγές πληροφοριών	Ιδέες, δεδομένα, σχέδια	Καθορισμός του προβλήματος, βελτίωση της λύσης	
<i>Συμμαθητές και καθηγητής</i>	Πηγές πληροφοριών	Βοήθεια	Κριτικές	Δοκιμές, προσχέδια
<i>Αναγνώστες</i>	Πηγές πληροφοριών		Εφαρμογή της λύσης	Τελικές αναφορές

Κάποιοι από τους επιμέρους διδακτικούς στόχους για τους μαθητές είναι:

- Να εξοικειωθούν με τις επαναληπτικές διαδικασίες.
- Να αναγνωρίζουν τα βασικά χαρακτηριστικά μιας επαναληπτικής διαδικασίας.
- Να αναγνωρίζουν την βέλτιστη χρήση των προγραμματιστικών δομών.
- Να συνθέτουν προγράμματα.
- Να εφαρμόζουν επαναληπτικές διαδικασίες στην ανάπτυξη απλών προγραμμάτων.
- Να επιλέγουν μεταξύ την κατάλληλη επαναληπτική δομή, ανάλογα με το πρόβλημα.
- Να σχεδιάζουν την επίλυση προβλημάτων που απαιτούν την επανάληψη συγκεκριμένων ενεργειών.
- Να βρίσκουν γενικούς τύπους μετά από η επαναλήψεις.
- Να αναγνωρίζουν ότι ένα αυτοόμοιο σχήμα περιέχει σε μικρότερη κλίμακα ένα ακριβές αντίγραφο του.
- Να αναγνωρίζουν ότι τα μαθηματικά fractals είναι ανεξάρτητα της κλίμακας και παρουσιάζουν αυτοομοιότητα.
- Να αξιοποιούν τις δυνατότητες του Η/Υ ώστε να εξετάσουν την εξέλιξη μιας επαναληπτικής διαδικασίας μεταβάλλοντας τις αρχικές συνθήκες.
- Να διαπιστώσουν την λεπτή εξάρτηση του αποτελέσματος από τις αρχικές συνθήκες.
- Να ορίζουν τη fractal διάσταση αυτοομοιότητας.
- Να θεωρήσουν το όριο ως αντικείμενο με μια διαδικαστική προσέγγιση.
- Να θεωρήσουν το άπειρο ως όριο-αντικείμενο μιας άπειρης διαδικασίας.
- Να διακρίνουν τη fractal διάσταση αυτοομοιότητας από την τοπολογική διάσταση.
- Να αναγνωρίζουν ότι αυτοομοιότητα και fractal διάσταση αυτοομοιότητας έχουν και σχήματα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας.
- Να ορίζουν ως fractal ένα σύνολο του οποίου η fractal διάσταση υπερβαίνει την τοπολογική του διάσταση.
- Να υπολογίζουν τη fractal διάσταση σχημάτων της Ευκλείδειας Γεωμετρίας με βάση τον ορισμό της.
- Να διαπιστώνουν ότι η fractal διάσταση σχημάτων της Ευκλείδειας Γεωμετρίας είναι ίση με την τοπολογική τους διάσταση.
- Να διακρίνουν ένα μαθηματικό fractal από ένα σχήμα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας
- Να διακρίνουν τα τυχαία φυσικά fractals από τα μαθηματικά.
- Να σχεδιάζουν το μοντέλο μιας ακτογραμμής με μια τυχαία γεωμετρική επαναληπτική διαδικασία.
- Να υπολογίζουν τη fractal διάσταση ακτογραμμών με τη μέθοδο του διαβήτη.
- Να διαπιστώνουν ότι όσο μικρότερο είναι το άνοιγμα του διαβήτη τόσο μεγαλύτερη είναι η ακρίβεια στη μέτρηση του μήκους μιας ακτογραμμής.
- Να αναγνωρίζουν την fractal διάσταση αυτοομοιότητας ως πηλίκο δύο λογαρίθμων.
- Να βρίσκουν την κλίση σε ένα log-log διάγραμμα.
- Να διαπιστώνουν ότι όσο μεγαλύτερη της μονάδας είναι η fractal διάσταση μιας ακτογραμμής τόσο πιο τραχεία και δαντελωτή είναι αυτή.
- Να διακρίνουν τα περίπλοκα από τα πολύπλοκα συστήματα.
- Να ορίζουν την έννοια δυναμικό σύστημα.
- Να περιγράφουν τα χαρακτηριστικά της χαοτικής συμπεριφοράς ενός δυναμικού συστήματος.

Εφαρμογή και αξιολόγηση

Η πρώτη πιλοτική εφαρμογή του πακέτου έγινε το Νοέμβριο του 2006 σε τριτοετείς φοιτήτριες και φοιτητές του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του

Πανεπιστημίου Αθηνών, και αφορούσε το 50% του πακέτου. Τα πέντε πρώτα σενάρια δοκίμασαν ομάδες των δύο ατόμων. Δηλαδή δέκα φοιτητές. Η κάθε ομάδα εργάστηκε επί δύο ώρες για κάθε σενάριο. Όλες οι ομάδες ξεκίνησαν από το πρώτο σενάριο και τελείωσαν με το πέμπτο. Δηλαδή η κάθε ομάδα εργάστηκε επί δέκα ώρες συνολικά. Μέχρι το Μάιο του 2007 θα ασχοληθούν ακόμα 30 φοιτητές. Οι 20 από αυτούς θα εκτελέσουν πρώτα τις δύο εισαγωγικές δραστηριότητες του πακέτου. Σε κάθε ομάδα και για κάθε σενάριο δόθηκε ένα φύλλο εργασίας και αναφοράς. Ενδεικτικά περιγράφουμε εδώ τρεις δραστηριότητες οι οποίες περιέχονται στη φάση του πειραματισμού στο σενάριο «fractal δέντρα» της ενότητας «Παραγωγή και μελέτη μαθηματικών fractals»

Δραστηριότητα 1^η Δημιουργία ενός fractal δέντρου σε χαρτί με μια επαναληπτική διαδικασία. Μελέτη και εύρεση γενικών τύπων.

Θα χρειαστείτε ένα λευκό φύλλο χαρτιού, μολύβι, κανόνα και το φύλλο εργασίας και αναφοράς.

1. Ξεκινήστε σχεδιάζοντας ένα ευθύγραμμο τμήμα 9 cm θεωρώντας για ευκολία ότι το μήκος του είναι μοναδιαίο, δηλαδή 1. Αυτό θα είναι το πρώτο κλαδί-κορμός του δέντρου (βήμα 0, δηλαδή $n=0$).
2. Προχωρήστε στο βήμα 1 ($n=1$) σχεδιάζοντας δύο κλαδιά που το καθένα να έχει μήκος ίσο με το ένα τρίτο του αρχικού, και συμπληρώστε τη δεύτερη γραμμή του πίνακα στο φύλλο εργασίας και αναφοράς.
3. Προχωρήστε στο βήμα 2 ($n=2$) σχεδιάζοντας από δύο κλαδάκια σε κάθε κλαδί, που το καθένα να έχει μήκος ίσο με το ένα τρίτο από το μήκος του κλαδιού στο οποίο τοποθετείται. Συνεχίστε στο βήμα 3 ($n=3$) με τον ίδιο τρόπο, συμπληρώνοντας κάθε φορά τις αντίστοιχες γραμμές του πίνακα στο φύλλο εργασίας και αναφοράς.
4. Βρείτε τους γενικούς τύπους για το n -οστό βήμα, και συμπληρώστε τον πίνακα και τις παρατηρήσεις σας στο φύλλο εργασίας και αναφοράς.

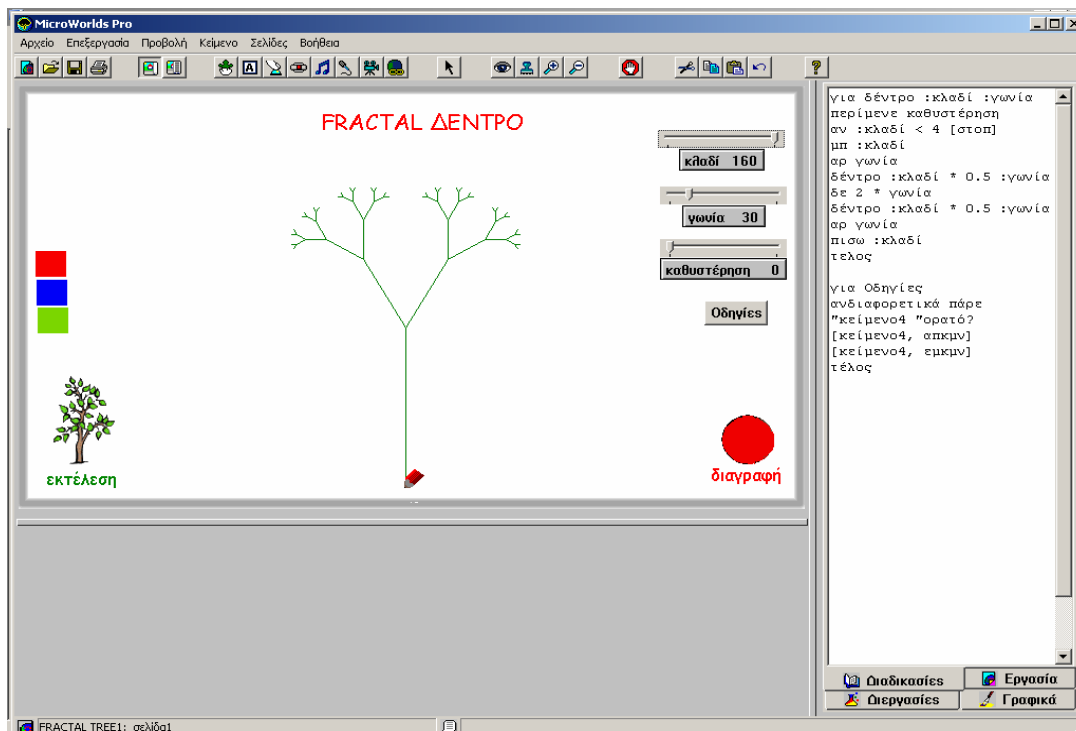
Δραστηριότητα 2^η: Διερεύνηση με το Sketchpad

Δημιουργία ενός δυαδικού δέντρου που μοιάζει με διάφορα είδη πραγματικών δένδρων. Στη δραστηριότητα αυτή θα πειραματιστείτε με το λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας "the Geometer's Sketchpad", όπου θα διερευνήσετε το αποτέλεσμα που προκύπτει από μια επαναληπτική διαδικασία. Εσείς θα καθορίζετε τη βάση Α του κορμού, το τέλος Β του κορμού, το τέλος Γ του πρώτου κλαδιού και τη γωνία που σχηματίζει το πρώτο κλαδί ΒΓ με τον κορμό ΑΒ.

1. Όταν θα καλέσετε το λογισμικό, θα βρεθείτε σε ένα περιβάλλον όπου έχοντας πατημένο το πλήκτρο Shift σχεδιάζετε τρία σημεία με την εξής σειρά: Το πρώτο σημείο Α είναι η βάση του κορμού, το δεύτερο σημείο Β είναι το τέλος του κορμού και η αρχή του πρώτου κλαδιού και το τρίτο σημείο Γ το τέλος του πρώτου κλαδιού. Η θέση του τρίτου σημείου σε σχέση με το δεύτερο καθορίζει το μήκος του πρώτου κλαδιού ΒΓ σε σχέση με τον κορμό ΑΒ, καθώς και τη γωνία που σχηματίζει το πρώτο κλαδί με τον κορμό (γωνία ΑΒΓ).
2. Πατήστε το εικονίδιο "ΕΚΤΕΛΕΣΗ" και παρατηρείστε την εξέλιξη της επαναληπτικής διαδικασίας ή το εικονίδιο "ΓΡΗΓΟΡΗ ΕΚΤΕΛΕΣΗ" για να δείτε γρήγορα το αποτέλεσμα.
3. Συνεχίστε να δοκιμάζετε, σχεδιάζοντας κάθε φορά τρία καινούργια διαφορετικά σημεία.
4. Καταγράψτε τις παρατηρήσεις σας στο φύλλο εργασίας και αναφοράς.

Δραστηριότητα 3^η: Διερεύνηση με το MicroWorlds Pro. Το Fractal δέντρο.

Στη δραστηριότητα αυτή θα πειραματιστείτε σε προγραμματιστικό περιβάλλον με το λογισμικό "MicroWorlds Pro", όπου θα διερευνήσετε πιο διεξοδικά το αποτέλεσμα που προκύπτει από μια επαναληπτική διαδικασία. Όταν θα ανοίξετε το αρχείο που έχουμε δημιουργήσει θα βρεθείτε στο περιβάλλον που φαίνεται στην παρακάτω εικόνα. Διαβάστε προσεκτικά και ακολουθήστε τις οδηγίες κάνοντας κλικ στο κουμπί "Οδηγίες".



Εικόνα 1. Η σελίδα του MicroWorlds Pro στο σενάριο Fractal δέντρο.

Πίνακας 2. Οδηγίες που περιλαμβάνονται στη δραστηριότητα με το MicroWorlds Pro.

Με το πρόγραμμα που φαίνεται στην καρτέλα "Διαδικασίες" σχεδιάζονται δέντρα των οποίων το μήκος των κλαδιών σε κάθε επόμενο βήμα υποδιπλασιάζεται. Η σχεδίαση σταματά όταν το μήκος των κλαδιών γίνει μικρότερο από 4.

Μπορείτε να καθορίσετε:

- το μήκος του πρώτου κλαδιού -κορμού από 120 έως 160 (βήμα $v=0$),
- τη γωνία που σχηματίζει κάθε κλαδί με το προηγούμενό του από 10 έως 120 μοίρες,
- την καθυστέρηση στο σχεδίασμα του δέντρου από 0 πολύ γρήγορα, έως 5 πολύ αργά.

- Θέσατε κλαδί 120, γωνία 30, καθυστέρηση 2 και κάντε κλικ στο εκτέλεση. Παρακολουθήστε το στυλό καθώς δημιουργεί το δέντρο.

Ερώτηση 1: Ποια είναι η τιμή του v στο τελευταίο βήμα και πόσα κλαδιά σχηματίζονται συνολικά;

Ερώτηση 2: Με τη συγκεκριμένη διαδικασία μπορεί να σχεδιαστεί δέντρο με λιγότερα κλαδιά (μικρότερο βήμα v); Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Ερώτηση 3: Τι θα πρέπει να αλλάξει στη διαδικασία "δέντρο" για να μειωθεί ο αριθμός των βημάτων και το συνολικό πλήθος των κλαδιών;

- Θέσατε κλαδί 160, γωνία 30, καθυστέρηση 2 και κάντε κλικ στο εκτέλεση. Παρακολουθήστε το στυλό καθώς δημιουργεί το δέντρο.

Ερώτηση 4: Ποια είναι η τιμή του v στο τελευταίο βήμα και πόσα κλαδιά σχηματίζονται συνολικά;

Ερώτηση 5: Με τη συγκεκριμένη διαδικασία μπορεί να σχεδιαστεί δέντρο με περισσότερα κλαδιά (μεγαλύτερο βήμα v); Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Ερώτηση 6: Τι θα πρέπει να αλλάξει στη διαδικασία "δέντρο" για να αυξηθεί ο αριθμός των βημάτων και το συνολικό πλήθος των κλαδιών; Δικαιολογήστε την απάντησή σας, κάντε την αλλαγή, και παρατηρήστε το αποτέλεσμα.

Επίσης οι μαθητές προτρέπονται να αποδομήσουν αρχείο που τους δίνεται με σκοπό να ανακαλύψουν τον τρόπο με τον οποίο έχει δημιουργηθεί, ώστε μετά να είναι σε θέση να δημιουργούν τα δικά τους παρόμοια αρχεία.

Κατά τη διάρκεια της εργασίας των φοιτητών καταγράψαμε τον τρόπο εργασίας τους, τα σημεία στα οποία συναντούσαν δυσκολίες, και τα σημεία στα οποία έδειχναν μεγαλύτερο ενδιαφέρον. Η αξιολόγηση της εργασίας των φοιτητών έγινε και με το φύλλο αναφοράς που παρέδιδαν μετά από κάθε σενάριο. Ο σκοπός αυτής της πιλοτικής εφαρμογής είναι η καταγραφή των σημείων του πακέτου τα οποία θα χρειαστούν βελτίωση ώστε να είναι φιλικότερο και εκπαιδευτικά αποτελεσματικότερο. Μετά την ολοκλήρωση της εφαρμογής του πακέτου θα δοθεί ένα ερωτηματολόγιο στους φοιτητές με σκοπό την αξιολόγησή του. Το πακέτο θα δοκιμαστεί και σε μαθητές της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης όπου θα γίνει προσεκτική συλλογή και ανάλυση των εμπειρικών δεδομένων που θα προκύψουν.

Συμπεράσματα και συνέπειες για την διδακτική πράξη

Οι πρώτοι δέκα φοιτητές πλοηγήθηκαν αρχικά στην εισαγωγή του πακέτου όπου δίνονται πληροφορίες διαθεματικού περιεχομένου. Στη συνέχεια ασχολήθηκαν με τα πέντε πρώτα σενάρια κατά σειρά. Από σενάριο σε σενάριο οι δυσκολίες ήταν λιγότερες λόγω της εξοικείωσής τους με έννοιες τις οποίες συναντούσαν για πρώτη φορά όπως η αυτοομοιότητα υπό αλλαγή κλίμακας η τοπολογική και η fractal διάσταση. Επίσης δυσκολίες είχαν στην εξαγωγή των γενικών τύπων, στη λειτουργία των επαναληπτικών δομών, στην αλλαγή της κλίμακας, στις ιδιότητες των λογαρίθμων και στα log-log διαγράμματα. Γενικά όμως εργάστηκαν με ενδιαφέρον συστηματικά ανταλλάσσοντας ιδέες προτείνοντας και δοκιμάζοντας λύσεις και απαντήσεις σε ερωτήματα.

Η έννοια «Διάσταση» χαρακτηρίζεται στο Δ.Ε.Π.Π.Σ διαθεματική έννοια. Η προσέγγιση της έννοιας «Διάσταση» στο εκπαιδευτικό πακέτο φαίνεται ότι βοήθησε τους φοιτητές να ξεπεράσουν τα προβλήματα και τις εναλλακτικές ιδέες που είναι καταγεγραμμένες για την έννοια αυτή. (Βίτσας-Σκορδούλης 2006).

Σε ερωτήματα του τύπου «Τι θα πρέπει να αλλάξει στη διαδικασία "δέντρο" για να μειωθεί ο αριθμός των βημάτων και το συνολικό πλήθος των κλαδιών» και οι πέντε ομάδες των φοιτητών ανταποκρίθηκαν δοκιμάζοντας αλλαγές στον κώδικα. Οι δύο άλλαξαν το μήκος του κορμού και οι τρεις τη συνθήκη περάτωσης της επαναληπτικής διαδικασίας που δημιουργεί το δέντρο. Οι πέντε στους δέκα φοιτητές έδειξαν εξοικειωμένοι με το προγραμματιστικό περιβάλλον τις logo.

Σε ερωτήματα που απαιτούσαν τη λύση εκθετικών εξισώσεων οι φοιτητές απέτυχαν να απαντήσουν.

Για να είναι ποιο ομαλή η πορεία των φοιτητών αποφασίσαμε να εντάξουμε στο πακέτο και δύο εισαγωγικές δραστηριότητες (με την ίδια μεθοδολογία που ακολουθείται στα σενάρια) αντί της απλής παράθεσης διαθεματικών στοιχείων. Το πακέτο με τη δομή αυτή θα δοκιμαστεί σε 20 φοιτητές.

Η προστιθέμενη αξία του πακέτου το οποίο αναπτύσσουμε, έγκειται στο ότι συμπεριλαμβάνει μοντελοποιήσεις επαναληπτικών διαδικασιών οι οποίες αναφέρονται σε θέματα από τις φυσικές επιστήμες τα μαθηματικά και την πληροφορική. Οι μοντελοποιήσεις αυτές δημιουργήθηκαν με τη χρήση πιστοποιημένων από το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο λογισμικών που έχει προμηθευτεί το ΥΠ.Ε.Π.Θ. και είναι αναγκαίες για την παιδαγωγική αξιοποίηση των λογισμικών αυτών.

Λόγω του περιορισμένου χρόνου της αξιολόγησης, δεν ζητήθηκε από τους φοιτητές να παράγουν τα δικά τους έργα, αν και κάποιοι από αυτούς προχώρησαν στη δημιουργία των δικών τους έργων, δείχνοντας ικανοποίηση για τις δημιουργίες τους και ενδιαφέρον για το

MicroWorlds Pro, το οποίο άλλωστε υποστηρίζει τη διερευνητική μάθηση και τη δημιουργική επίλυση προβλημάτων από τους μαθητές και στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση. Αλλωστε οι επιτυχημένοι μαθητές / φοιτητές δημιουργούν για να μαθαίνουν και μαθαίνουν για να δημιουργούν (Ben Shneiderman) και οι μαθητές μπορούν να δημιουργούν με τη βοήθεια διαφόρων μορφών των Τ.Π.Ε.

Παραπομπές

- Βίτσας Θ, Κολέζα Ε., Σκορδούλης Κ.: «Διάσταση: Η δυναμική εξέλιξη μιας έννοιας. Προϋπόθεση μιας διδακτικής πρότασης» Μαθηματική επιθεώρηση τ.46, 1996.
- Βίτσας Θ, Κολέζα Ε., Σκορδούλης Κ: « Η έννοια της διάστασης: Ιστορική και Διδακτική προσέγγιση.» (4^ο Πανελλήνιο Συνέδριο Γεωμετρίας, Πανεπιστήμιο Πατρών 28-30 Μαΐου 1999).
- Βίτσας Θ, Κολέζα Ε., Σκορδούλης Κ :«Ευκλείδειες και Ημιεμπειρικές Θεωρίες-Ο ρόλος των πειραμάτων στον υπολογιστή» (Η συμβολή της Ιστορίας και Φιλοσοφίας των Φυσικών Επιστημών στη Διδασκαλία. 2^ο Πανελλήνιο Συνέδριο, Αθήνα 8-11 Μαΐου 2003)
- Γρηγοριάδου, Γούλογλου, Γούλη (2004) Μαθησιακές δυσκολίες στις επαναληπτικές δομές 4ο Συνεδρίου ΕΤΠΕ.
- Δαπόντες, Ν., Ιωάννου, Σ., Μαστρογιάννης, Ι., Τζιμόπουλος, Ν., Τσοβόλας, Σ., Αλπιάς, Α. (2003), Ο δάσκαλος δημιουργός, Προτάσεις για διδακτική αξιοποίηση του MicroWorlds Pro στο Νηπιαγωγείο και το Δημοτικό. Εκδόσεις Καστανιώτη.
- Μπουντής Τάσος : «Ο θαυμαστός κόσμος των fractal» Εκδόσεις Leader Books.
- Γ.Θ. Καλκάνης, "Εκπαιδευτική Τεχνολογία", Πανεπιστήμιο Αθηνών, Αθήνα 1998.
- Οικονομίδης Σ. «Τα fractals στη διδασκαλία των φυσικών επιστημών» Διπλωματική εργασία που εκπονήθηκε στα πλαίσια Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών στο Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Αθηνών (2004).
- Οικονομίδης Σ., Σκορδούλης Κ. : «Ικανότητα Επίλυσης Προβλήματος στη Fractal Διάσταση από μαθητές της Β΄ Λυκείου» 10^ο Πανελλήνιο Συνέδριο ΕΕΦ, Λουτράκι 2004.
- Ράπτης Α. , Ράπτη Α. (2004), «Μάθηση και Διδασκαλία στην Εποχή της Πληροφορίας».
- Esbenschade D. «Fractal bred» Physics Teacher v 29 n4 p236 Apr 1991.\
- Kalkanis G., "The Monte Carlo Twchniques as a tool in Physics Education-Applications to microcosmos processes", GIREP-ICPE (1996).
- Kern, Jane F, and Cherry C. Mauk. "Exploring Fractals-a problem-solving Adventure Using Mathematics and Logo." Mathematics Teacher 83 (March 1990): 179-85, 244.
- M.A.F.Gomes, "Fractal geometry in crumpled paper balls," Am.J.Phys. 55, 649-650 (1987)
- Naylor Michael "Exploring Fractals in the Classroom" : Mathematics Teacher v 92 n4 p360-66 Apr 1999.
- Peitgen, Maletsky, Jurgens, Perciante, Saupe, Yunger.(1991). Fractals for the Classroom Strategic Activities Volume One.
- R.H.Ko and C.P.Bean, "A simple experiment that demonstrates fractal behavior", *Phys. Teach.* 29, 78 (1991).
- Sarantos Oikonomidis, Vassilis Grigoriou, Dimitrios Sotiropoulos, Vasiliki Serepa, George Kalkanis: The learner as a co-creator through collaborative task-based learning of a hands-on experimental apparatus, and potential media, 3rd International Conference on "Hands-on Science", Braga, Portugal, September 4 to 9, 2006
- Sergey V Buldyrev, Melissa J. Erickson, Peter Garik, Linda S. Shore, Eugene Stanley, Edwin F. Taylor, Paul A. Trunfio και Paul Hickman "Science Research in the classroom" Physics Teacher v 32 n7 p411-15 Oct 1994.
- Sneiderman Ben. «Leonardo's Laptop» Human needs and the new computing technologies. The MIT Press (2003)
- Trinh Xuan Thuan. Le chaos et l'harmonie.