Το νοητικό πείραμα των Einstein–Podolsky–Rosen ως δυναμικό εκπαιδευτικό εργαλείο εμβάθυνσης στην Κβαντική Φυσική και στη Φύση της Επιστήμης

Πανδώρα Χατζηδάκη
22ο Λύκειο Αθηνών
hadzidaki@otenet.gr

Περίληψη. Η παρούσα εργασία συμπυκνώνει τα πορίσματα μιας πολυδιάστατης μελέτης που έχει ως επίκεντρο το νοητικό πείραμα των Einstein, Podolsky και Rosen (EPR). Ειδικότερα, στην εργασία αυτή: α) Διερευνούμε με ποιο τρόπο οι φιλόσοφοι της επιστήμης αντιμετωπίζουν και ερμηνεύουν τη λειτουργία των νοητικών πειραμάτων στις φυσικές επιστήμες. β) Υπό το φως σχετικών φιλοσοφικών θεωρήσεων, μελετάμε τα περίπλοκα ερμηνευτικά ερωτήματα που γεννήθηκαν από το νοητικό πείραμα των EPR και τη συμβολή του συγκεκριμένου πειράματος στη διαλεύκανση κρίσιμων, ακόμη και σήμερα, ερμηνευτικών προβλημάτων της κβαντικής θεωρίας. γ) Στηριζόμενοι στην προηγηθείσα ανάλυση, προτείνουμε μια διδακτική παρέμβαση, η οποία, μέσω της συστηματικής καλλιέργειας του *μετα-γνωσιακού* και *μετα-επιστημονικού* στοχασμού, αποσκοπεί να ενισχύσει τις διαδικασίες εννοιολογικής αλλαγής των διδασκομένων προς την κβαντική κοσμοθεώρηση και να επιτύχει, παράλληλα, μια 'ισχυρά εξειδικευμένη' ('highly contextualized') επικοινωνία της 'Φύσης της Επιστήμης', του πλέγματος, δηλαδή, των εννοιών, προβληματισμών, διαδικασιών και πρακτικών που χαρακτηρίζουν τη γέννηση, την εξέλιξη και την εδραίωση της επιστημονικής γνώσης.

Γενικοί ερευνητικοί στόχοι

Η εμπειρική εφαρμογή προγραμμάτων εννοιολογικής αλλαγής κατέστησε προοδευτικά φανερό ότι η διδακτική επικοινωνία και η μαθησιακή προσέγγιση της επιστημονικής κοσμοθεώρησης δεν επηρεάζονται μόνο από τις προ-διδακτικές αντιλήψεις των διδασκομένων σε σχέση με το περιεχόμενο των προς εκμάθηση εννοιών, αλλά και από τις μετα-επιστημονικές και μετα-γνωσιακές ιδέες δασκάλων και διδασκομένων (για μια ευρεία επισκόπηση, βλ. Lederman 1992). Κατά τη γνώμη πολλών ερευνητών, οι διαπιστώσεις αυτές καταδεικνύουν ότι η αποτελεσματικότερη προώθηση των διαδικασιών εννοιολογικής αλλαγής των διδασκομένων και η αρτιότερη κατάρτιση των δασκάλων απαιτούν τον σχεδιασμό *πολυδιάστατων* εκπαιδευτικών πλαισίων που θα λαμβάνουν υπόψη τους την ιδιαίτερη πολυπλοκότητα του διδακτικού και μαθησιακού εγχειρήματος (για μια εκτενή επισκόπηση των προτεινόμενων διδακτικών στρατηγικών, βλ. Duit & Treagust 2003). Ακολουθώντας αυτήν ακριβώς την κατεύθυνση, το ερευνητικό πρόγραμμα στο οποίο εντάσσεται η παρούσα εργασία αποσκοπεί στη *θεωρητική θεμελίωση* μιας διδακτικής προσέγγισης της κβαντικής φυσικής (ΚΦ) με διπλή δυναμική (Hadzidaki 2003):

Από τη μια πλευρά, η εκπαιδευτική ανασυγκρότηση υλικού που αντλείται από τα πεδία της ιστορίας και της φιλοσοφίας της επιστήμης αναμένεται να δημιουργήσει ευνοϊκές προϋποθέσεις *εννοιολογικής αλλαγής* προς μια ποιοτική, κατ' αρχήν, κατανόηση της ΚΦ. Από την άλλη πλευρά, μια διδασκαλία υπό το συγκεκριμένο πρότυπο αναμένεται να οδηγήσει, παράλληλα, σε μια ουσιαστική εμβάθυνση στη 'Φύση της Επιστήμης' (ΦΤΕ), στο πλέγμα, δηλαδή, των εννοιών και διαδικασιών που χαρακτηρίζουν τη γέννηση και την εξέλιξη της

επιστημονικής γνώσης (π.χ. Matthews 1998). Γιατί, σύμφωνα με τα πορίσματα της εμπειρικής έρευνας, η 'ισχυρώς εξειδικευμένη' ('highly-contextualized') επικοινωνία της ΦΤΕ – η επικοινωνία που διαπλέκει ισχυρά το περιεχόμενο της επιστημονικής γνώσης με την ιστορική του εξέλιξη, το επιστημολογικό του υπόβαθρο και τις φιλοσοφικές του προεκτάσεις – φαίνεται να είναι κατ' εξοχήν εκείνη που προωθεί την κατανόηση των προσδιοριστικών χαρακτηριστικών της επιστήμης (π.χ. Abd-El Khalick 2001).

Εκφράζοντας, λοιπόν, το πνεύμα του συνεδρίου, θα μπορούσαμε να πούμε συνοπτικά ότι, στο πλαίσιο του ερευνητικού μας προγράμματος, η ιστορία και η φιλοσοφία της επιστήμης συμβάλλουν ενεργά στην *παιδαγωγική συγκρότηση* του περιεχομένου της ΚΦ.

Ερευνητικό πλαίσιο – Μεθοδολογία – Το υπό διερεύνηση αντικείμενο

Οι εμπειρικές έρευνες συγκλίνουν στο συμπέρασμα ότι ο παραδοσιακός τρόπος εισαγωγής θεμάτων της υποατομικής φυσικής στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση (χρήση κλασικών αναλόγων και ημι-κλασικών μοντέλων) ενισχύει την κλασική κοσμοθεώρηση – μια κοσμοθεώρηση που συνταιριάζεται εν γένει αρμονικά με τη βιωματική εμπειρία των διδασκομένων – και αποφέρει γνωσιακές δομές που χαρακτηρίζονται από την *αδόκιμη ανάμειξη* των εννοιολογικών πλαισίων της κλασικής και της κβαντικής φυσικής. Η προσάρτηση μακροσκοπικών χαρακτηριστικών στις υποατομικές οντότητες (π.χ. Seifert & Fischler 1999) και η άκριτη μεταφορά του αιτιοκρατικού - μηχανιστικού τρόπου σκέψης και δικαιολόγησης στο κβαντικό πλαίσιο (π.χ. Kalkanis et al. 2003) είναι οι συνηθέστερες εκφράσεις αυτής της ανάμειξης. Οι εμπειρικές έρευνες καταδεικνύουν, επίσης, ότι οι ούτως διαμορφούμενες γνωσιακές δομές δημιουργούν 'εστίες αντιπαράθεσης προς κάθε καινούργια ιδέα' (Petri & Niedderer 1998) και παραμένουν συνήθως ενεργές ακόμη και μετά από εξειδικευμένα μαθήματα ΚΦ στην τριτοβάθμια εκπαίδευση (Johnston et al. 1998).

Οι διαπιστώσεις αυτές μάς έπεισαν ότι βιωματικές αντιλήψεις των διδασκομένων, ενισχυμένες από τις ρητές ή άρρητες παραδοχές της κλασικής κοσμοθεώρησης, αποτελούν ένα είδος 'παραδοχών υποβάθρου' (Baltas 1986) ή 'κεντρικών μεταφυσικών πεποιθήσεων' (Posner et al. 1982) ή 'εδραιωμένων πεποιθήσεων' (Vosniadou & Brewer 1992), οι οποίες λειτουργούν ως κατά Bachelard 'επιστημολογικά εμπόδια' (1938), εφόσον προβάλλουν ισχυρή 'αντίσταση' στην επιχειρούμενη εννοιολογική αλλαγή. Η κεντρική αυτή υπόθεση του ερευνητικού μας προγράμματος επιτάσσει τη διεξοδική μελέτη των γνωσιακών δρόμων μέσω των οποίων η επιστήμη κατόρθωσε να προσεγγίσει ριζικά καινούργια γνώση σε περιόδους ευρείας έκτασης αλλαγών θεωρίας. Γιατί, σύμφωνα με έγκυρες μελέτες της γνωσιακής ψυχολογίας, «οι ιστορικές διαδικασίες παρέχουν ένα μοντέλο *της ίδιας* της μαθησιακής δραστηριότητας, βοηθούν, επομένως, τους διδασκόμενους να συγκροτήσουν, ν' αλλάξουν και να επικοινωνήσουν επιστημονικές αναπαραστάσεις» (Nersessian 1992, σ. 40). Υπ' αυτό ακριβώς το πρίσμα, η κατάλληλη προσαρμογή των επιστημολογικών στρατηγικών της επιστήμης στην εκπαιδευτική διαδικασία αναμένεται να προωθήσει ενεργά την επιδιωκόμενη εννοιολογική αλλαγή (Hadzidaki et al. 2000).

Σε κάθε επιμέρους μελέτη του ερευνητικού μας προγράμματος, εφαρμόζουμε την ακόλουθη μεθοδολογία: *Πρώτον*, επιλέγουμε ένα συγκεκριμένο επιστημολογικό ζήτημα, η μελέτη του οποίου φαίνεται ικανή να συμβάλει στην επίλυση των διδακτικών και μαθησιακών δυσκολιών της ΚΦ. β) *Δεύτερον*, προχωράμε σε μια διεξοδική ανάλυση του επιλεγέντος ζητήματος υπό το φως σχετικών φιλοσοφικών θεωρήσεων. *Τρίτον*, διερευνούμε τις εκφάνσεις του συγκεκριμένου ζητήματος κατά την περίοδο γέννησης της ΚΦ, καθώς και τη συμβολή του στις διαδικασίες εξέλιξης και εδραίωσης του περιεχομένου της. *Τέλος*, στηριζόμενοι στα πορίσματα της προηγηθείσας μελέτης, σχεδιάζουμε μια διδακτική παρέμβαση που προσβλέπει στην επίτευξη των γενικών εκπαιδευτικών μας στόχων.

Οι επιστημονικές αντιπαραθέσεις της περιόδου γέννησης και θεμελίωσης της ΚΦ αποτυπώνονται ανάγλυφα στον αναπτυχθέντα σε σχέση με ορισμένα 'νοητικά πειράματα' (ΝΠ) διάλογο, σ' έναν διάλογο που συνέβαλε ενεργά στη διαλεύκανση μιας σειράς κρίσιμων ερμηνευτικών προβλημάτων. Έτσι, η παρούσα εργασία συνιστά μέρος μιας πολυδιάστατης μελέτης που διερευνά τη δυνατότητα εκπαιδευτικής αξιοποίησης των νοητικών αυτών πειραμάτων και του διαλόγου που αυτά υποκίνησαν. Η παρουσίαση της εργασίας μας ακολουθεί τα μεθοδολογικά βήματα που εκτέθηκαν παραπάνω.

Τα νοητικά πειράματα των φυσικών επιστημών υπό τη φιλοσοφική τους θέαση

Στις φυσικές επιστήμες, τα 'νοητικά πειράματα' ('thought experiments' ή 'gedanken experiments') εκθέτουν φανταστικές πειραματικές διατάξεις – συχνά φυσικώς ή τεχνολογικώς μη πραγματοποιήσιμες – που εντέλλονται να υποστηρίξουν ή να ελέγξουν συγκεκριμένες επιστημονικές θεωρίες ή υποθέσεις. Η κρίσιμη συμβολή των ΝΠ στην ανάπτυξη των φυσικών επιστημών χαίρει καθολικής αναγνώρισης. Η γνωσιακή τους όμως εμβέλεια και, κατ' επέκταση, η επιστημική τους λειτουργικότητα ερμηνεύονται υπό το πρίσμα ενός ευρύτατου φάσματος φιλοσοφικών προοπτικών. Ακραίες εκφάνσεις του φάσματος αυτού αποτελούν ο πλατωνικός ορθολογισμός του Brown – τα ΝΠ εκλαμβάνονται ως εμπνευσμένες ορθολογικές νοητικές κατασκευές που ενέχουν τη δυνατότητα αποφοράς *a priori* γνώσης για τη φύση (Brown 1991) – και ο κλασικός εμπειρισμός του Norton – τα ΝΠ εκλαμβάνονται ως ειδικού τύπου επιστημονικά επιχειρήματα που ισχυροποιούν, αποδυναμώνουν ή αποσαφηνίζουν το εννοιολογικό περιεχόμενο των θεωρητικών σχημάτων, αλλά ουδέποτε αποφέρουν καινούργια γνώση για τη φύση (Norton 1991).

Τα ΝΠ, ως εκ της ιστορικής τους διάστασης και της πολλαπλότητας των στόχων τους, είναι δύσκολο ν' αντιμετωπισθούν υπό μια ενιαία προοπτική. Εν τούτοις, τα ΝΠ που διατυπώθηκαν κατά την περίοδο γέννησης και θεμελίωσης της ΚΦ συνταιριάζονται, κατά τη γνώμη μας, αρμονικά με την αντίληψη του Kuhn, μια αντίληψη που γεφυρώνει κατά κάποιο τρόπο τις προαναφερθείσες θεωρήσεις: τα ΝΠ, παρότι στηρίζονται στην υφιστάμενη και μόνο γνώση – μια θέση που συνάδει με τη θεώρηση του Norton – ενέχουν ταυτόχρονα τη δυνατότητα ν' αποφέρουν *ριζικώς καινούργια* γνώση για τη φυσική πραγματικότητα – μια θέση που, εάν εξαιρεθεί η συνθήκη του a priori, συγκλίνει προς τη θεώρηση του Brown.

Η αντίληψη του Kuhn μπορεί ν' αναπτυχθεί ως εξής. Τα ΝΠ, καθώς υποβάλλουν σε ακραίες δοκιμασίες το υπάρχον εννοιολογικό δυναμικό, αποκαλύπτουν ενίοτε *εγγενείς αντιφάσεις* ή *συγκρούσεις* στους παραδοσιακούς τρόπους σκέψης, όταν αυτοί χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψη ή ερμηνεία φαινομένων, των οποίων ο πειραματικός έλεγχος, έως στιγμής τουλάχιστον, είναι ανέφικτος (Kuhn 1964/1977, σ. 261). Η προοδευτική συσσώρευση τέτοιων αδιεξόδων (σε μια κατά Kuhn περίοδο 'κρίσης') οδηγεί στη σταδιακή επερώτηση των 'παραδοχών υποβάθρου' ('background assumptions') των υφιστάμενων θεωριών, εκείνων των παραδοχών που, υπό το καθεστώς της 'αυτονόητης' ισχύος τους, παρέμεναν 'άρρητες' και επομένως απρόσβλητες από κάθε κριτική ή αμφισβήτηση (Baltas 1986). Τα νοητικά, συνεπώς, πειράματα, καθώς συμβάλλουν στην αποκάλυψη των συγκεκριμένων παραδοχών και στη διάνοιξη του δρόμου για την αναθεώρησή τους, προωθούν ενεργά την εννοιολογική ανασυγκρότηση της επιστημονικής γνώσης. Οι αναδυόμενες δε, από τέτοιες διαδικασίες, θεωρίες προσφέρουν ακριβέστερες και εγκυρότερες πληροφορίες για τον φυσικό κόσμο. Έτσι, σύμφωνα με τον κεντρικό ισχυρισμό του Kuhn, «τα ΝΠ υποβοηθούν την επιστήμη ν' αντλήσει γνώση τόσο για τις έννοιές της όσο και για τον κόσμο» (στο ίδιο, σ. 253). Η γνώση αυτή δεν απορρέει από τους a priori κανόνες της ανθρώπινης νόησης, όπως ισχυρίζεται ο Brown, αλλά από την εξώθηση της υφιστάμενης γνώσης στα ακραία της όρια, μια εξώθηση που αποκαλύπτει τη *μη-προσαρμοστικότητα της φύσης* στους καθιερωμένους τρόπους σκέψης και δικαιολόγησης.

Η θεώρηση του Kuhn υποστηρίζεται από ορισμένες εκ των πλέον έγκριτων μελετών στο πεδίο της γνωσιακής ψυχολογίας (π.χ. Nersessian 1992). Έτσι, αποτελεί πολύτιμο οδηγό τόσο για την επιστημολογική ανάλυση των ΝΠ της ενεργού επιστήμης όσο και για την εκπαιδευτική τους αξιοποίηση. Υπ' αυτό λοιπόν το πνεύμα, μελετήσαμε δύο εκ των σημαντικότερων ΝΠ της σύγχρονης επιστήμης: 'το μικροσκόπιο του Heisenberg' (Hadzidaki 2006b) και το νοητικό πείραμα των Einstein, Podolsky και Rosen (EPR). Τα κύρια σημεία της δεύτερης μελέτης παρουσιάζονται στη συνέχεια.

Η φυσική πραγματικότητα ως κριτήριο 'πληρότητας' της κβαντικής θεωρίας

Οι Einstein, Podolsky και Rosen (EPR), στην ιστορική εργασία τους 'Μπορεί η Κβαντομηχανική Περιγραφή της Φυσικής Πραγματικότητας να Θεωρηθεί Πλήρης;' (1935), συγκρότησαν *ένα παραγωγικό επιχείρημα* για να καταδείξουν τη 'μη-πληρότητα' της κβαντικής θεωρίας. Το επιχείρημα αυτό μπορεί να χωριστεί σε τρία μέρη και, υπό μια συνοπτική και ποιοτική κατά βάση διατύπωση, ν' αναπτυχθεί ως εξής:

Στο πρώτο μέρος, διατυπώνονται οι προκείμενες του επιχειρήματος υπό τη μορφή δύο συνθηκών επιστημολογικού και μεταφυσικού χαρακτήρα. Οι συνθήκες αυτές είναι:

(A_1) Μια *αναγκαία* 'συνθήκη πληρότητας' για τις φυσικές θεωρίες: «*κάθε στοιχείο της φυσικής πραγματικότητας οφείλει να έχει ένα αντίστοιχο στοιχείο στη φυσική θεωρία*».

(A_2) Μια *ικανή* συνθήκη για τον προσδιορισμό των 'στοιχείων της φυσικής πραγματικότητας': «*εάν, χωρίς να διαταράξουμε καθοιονδήποτε τρόπο το σύστημα, μπορούμε να προβλέψουμε με βεβαιότητα (με πιθανότητα ίση με τη μονάδα) την τιμή ενός φυσικού μεγέθους, τότε υπάρχει ένα στοιχείο της φυσικής πραγματικότητας που αντιστοιχεί σ' αυτό το μέγεθος*» (η έμφαση από τους EPR, σ. 138).

Στο δεύτερο μέρος, εξετάζεται η έννοια της κυματοσυνάρτησης, ως έννοια που περιγράφει την κατάσταση ενός κβαντικού συστήματος, και υπογραμμίζονται τα εξής:

α) Εν όψει μιας επικείμενης μέτρησης, η κυματοσυνάρτηση ψ ορίζεται ως γραμμικός συνδυασμός των ιδιοσυναρτήσεων του τελεστή που αντιστοιχεί στο προς παρατήρηση (ή μέτρηση) φυσικό μέγεθος. β) Εάν θεωρήσουμε, ως παράδειγμα, το παρατηρήσιμο μέγεθος 'ορμή', η ΚΦ ορίζει ότι, στην ειδική περίπτωση που η ψ είναι η μοναδική ιδιοσυνάρτηση του αντίστοιχου τελεστή (εάν, δηλαδή, ισχύει $\psi' \equiv P\psi = p\psi$, όπου p αριθμός), η ορμή P έχει *με βεβαιότητα* τιμή p. Επομένως, στην περίπτωση αυτή, βάσει της συνθήκης (A_2), υπάρχει ένα 'στοιχείο της φυσικής πραγματικότητας' που αντιστοιχεί στην ορμή P. γ) Σύμφωνα, επίσης, με την ΚΦ (ανισότητες Heisenberg), όταν δύο παρατηρήσιμα μεγέθη αντιστοιχούν σε μη-μετατιθέμενους τελεστές (συζυγή μεγέθη), ο ακριβής προσδιορισμός της τιμής του ενός αποκλείει την ακριβή πρόβλεψη της τιμής του άλλου. Στην προηγούμενη, λόγου χάριν, περίπτωση, η ακριβής πρόβλεψη της θέσης, έστω q, του συστήματος είναι αδύνατη, εφόσον οι τελεστές της θέσης και της ορμής δεν μετατίθενται ($PQ \neq QP$). Η θέση του συστήματος είναι δυνατό να προσδιοριστεί μόνο μέσω μιας άμεσης μέτρησης. Μια τέτοια όμως μέτρηση 'διαταράσσει' με μη ελέγξιμο τρόπο το σύστημα και αλλάζει την κατάστασή του. Έτσι, μετά τον προσδιορισμό της θέσης του, το σύστημα δεν βρίσκεται πλέον στην κατάσταση ψ, η τιμή, επομένως, της ορμής του δεν είναι πλέον p. Αυτό δείχνει ότι, στο πλαίσιο της ΚΦ, ο ακριβής προσδιορισμός της ορμής και της θέσης που έχει το σύστημα, σε μια δεδομένη χρονική στιγμή, είναι αδύνατος. δ) Υπό το κράτος των συνθηκών A_1 και A_2, η προηγούμενη διαπίστωση διανοίγει δύο μόνο δυνατότητες: «είτε [πρόταση 1] η κβαντομηχανική περιγραφή της πραγματικότητας μέσω κυματοσυναρτήσεων δεν είναι πλήρης, είτε [πρόταση 2] τα συζυγή μεγέθη δεν διαθέτουν ταυτόχρονη πραγματικότητα» (σ. 139). Εάν έδειχνε επομένως κανείς ότι η πρόταση 2 είναι ψευδής, θα μπορούσε να συμπεράνει με ασφάλεια ότι η κβαντική μηχανική είναι 'μη-πλήρης' θεωρία.

Στο τρίτο μέρος, οι EPR, για να δείξουν, ακριβώς, ότι η πρόταση 2 είναι ψευδής, χρησιμοποίησαν το ακόλουθο ΝΠ (σ. 140). Θεώρησαν δύο υποατομικά σωματίδια, έστω I και II, τα οποία αλληλεπιδρούν από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = T$, ενώ μετά τη χρονική στιγμή T παύει να υφίσταται οποιαδήποτε αλληλεπίδραση μεταξύ τους. Στη συνέχεια, επισήμαναν ότι, εάν οι καταστάσεις των δύο σωματιδίων ως προς κάποιο παρατηρήσιμο μέγεθος (π.χ. ως προς την ορμή P ή τη θέση Q) θεωρηθούν γνωστές, ο θεωρητικός υπολογισμός της κατάστασης, έστω Ψ, του σύνθετου συστήματος (I+II) είναι, σε κάθε χρονική στιγμή $t \succ T$, δυνατός μέσω της εξίσωσης Schrödinger. Αντίθετα, συνέχισαν, στο πλαίσιο της ΚΦ, μετά την αλληλεπίδραση των σωματιδίων, ο θεωρητικός υπολογισμός της κατάστασης κάθε μεμονωμένου σωματιδίου είναι αδύνατος.

Κατ' αυτόν τον τρόπο, οι EPR προσέγγισαν το κρισιμότερο σημείο του νοητικού τους πειράματος. Γιατί επιχείρησαν να δείξουν ότι, σε αντίθεση με ό,τι επιβάλλει η ΚΦ, η κατάσταση κάθε μεμονωμένου σωματιδίου θα μπορούσε να προσδιοριστεί επακριβώς με τον ακόλουθο τρόπο. Εάν μετρούσε κανείς την ορμή p_1 του σωματιδίου I, η 'κατάρρευση' της κυματοσυνάρτησης Ψ του σύνθετου συστήματος σε *μια* από τις ιδιοκαταστάσεις της θα επέτρεπε *την ακριβή πρόβλεψη* της ορμής p_2 *του* σωματιδίου II χωρίς το συγκεκριμένο σωματίδιο να έχει 'διαταραχθεί' καθοιονδήποτε τρόπο. Ακολουθώντας την ίδια πορεία, ο προσδιορισμός της θέσης q_1 του σωματιδίου I, μέσω μιας δεύτερης μέτρησης, θα επέτρεπε την ακριβή πρόβλεψη της θέσης q_2 του σωματιδίου II χωρίς και πάλι το σωματίδιο αυτό να έχει 'διαταραχθεί' καθοιονδήποτε τρόπο. Στηριζόμενος, επομένως, στη συνθήκη A_2, θα μπορούσε να ισχυριστεί κανείς ότι, για το σωματίδιο II, τα μεγέθη P και Q διαθέτουν 'ταυτόχρονη πραγματικότητα'. Καθώς, όμως, τα μεγέθη αυτά αναπαρίστανται με μη-μετατιθέμενους τελεστές, ο ισχυρισμός αυτός διαψεύδει την πρόταση 2. Οπότε, οι EPR κατέληξαν, η κβαντική μηχανική είναι, πράγματι, 'μη-πλήρης' θεωρία.

Ο Bohr αντέκρουσε το επιχείρημα των EPR μέσω μιας ιστορικής εργασίας που δημοσιεύτηκε λίγους μήνες αργότερα και έφερε επίσης τον τίτλο: 'Μπορεί η Κβαντομηχανική Περιγραφή της Φυσικής Πραγματικότητας να Θεωρηθεί Πλήρης;' (1935). Στην εργασία αυτή, ο Bohr, αφού συνέδεσε το ΝΠ των EPR με μια συγκεκριμένη πειραματική διάταξη (ένα διάφραγμα με δύο σχισμές, των οποίων το άνοιγμα θεωρήθηκε πολύ μικρότερο από την μεταξύ τους απόσταση για ν' αποφευχθεί η αλληλεπίδραση των δύο σωματιδίων), παρατήρησε τα εξής. Ο προσδιορισμός της θέσης ενός φυσικού συστήματος γίνεται πάντοτε σε σχέση με ένα ακλόνητο σύστημα αναφοράς. Ο προσδιορισμός, επομένως, της θέσης q_1 του σωματιδίου I – και κατ' επέκταση της θέσης q_2 του σωματιδίου II – είναι εφικτός μόνο εάν το διάφραγμα στερεωθεί σ' ένα ακλόνητο υποστήριγμα. Αλλά, όπως επισήμανε ο Bohr, «επιτρέποντας σε μια μη-ελέγξιμη ορμή να περάσει από το σωματίδιο I στο εν λόγω υποστήριγμα, αποστερήσαμε τους εαυτούς μας από κάθε μελλοντική δυνατότητα να εφαρμόσουμε τη διατήρηση της ορμής στο σύστημα που αποτελείται από τα δύο σωματίδια και το διάφραγμα». (σ. 148). Έτσι, η πρόβλεψη της ορμής p_2 του σωματιδίου II καθίσταται αδύνατη. Αντίστροφα, εάν επιλέξουμε να μετρήσουμε την ορμή p_1 του σωματιδίου I, η μη-ελέγξιμη μετατόπιση του διαφράγματος στη συγκεκριμένη μέτρηση (και η συνεπαγόμενη κατάργηση του ακλόνητου συστήματος αναφοράς) αποκλείει κάθε δυνατότητα πρόβλεψης της θέσης q_2 του σωματιδίου II.

Μέσω της σύνδεσης, λοιπόν, του ΝΠ των EPR με ένα συγκεκριμένο (παρότι και πάλι νοητικό) πείραμα, ο Bohr, κατόρθωσε να δείξει ότι ο ακριβής προσδιορισμός της ορμής και της θέσης του σωματιδίου I – και, κατ' επέκταση, η ακριβής πρόβλεψη της ορμής και της θέσης του σωματιδίου II – μπορεί να επιτευχθεί μόνο μέσω *αμοιβαίως αποκλειόμενων* πειραματικών διατάξεων. Και η διαπίστωση αυτή, συμπέρανε, «μας φέρνει και πάλι αντιμέτωπους με την έννοια της συμπληρωματικότητας, μια καινούργια έννοια της φυσικής φιλοσοφίας που υποδεικνύει την ανάγκη *ριζικής αναθεώρησης* της στάσης μας έναντι της φυσικής πραγματικότητας» (σ. 151). Εφόσον, λοιπόν, το κριτήριο 'της φυσικής

πραγματικότητας' των EPR (συνθήκη A_2), αποτελούσε, κατά την αντίληψη του Bohr, ρητή έκφραση των υποκείμενων στην κλασική θεωρία μεταφυσικών παραδοχών, το συμπέρασμα περί της 'μη-πληρότητας' της κβαντικής θεωρίας ετίθετο υπό άμεση επερώτηση.

Προς μια ριζικώς καινούργια θέαση της φυσικής πραγματικότητας

Κατά τη συγκρότηση του νοητικού τους πειράματος, οι EPR ακολούθησαν την κατεύθυνση των 'ερμηνειών διαταραχής' ('disturbance interpretations'): τα δύο σωματίδια εκλήφθηκαν ως ευρισκόμενα ανά πάσα στιγμή σε μια *καλώς ορισμένη* κατάσταση, η οποία ήταν αδύνατο να 'προσδιοριστεί' λόγω της μη ελέγξιμης 'διατάραξής' της κατά τη μετρητική διαδικασία. Μια τέτοια προσέγγιση, υιοθετούσε έμμεσα την κλασική παραδοχή των 'εξατομικευμένων', παρά τις μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις, φυσικών οντοτήτων, εκείνη την παραδοχή που εδραιώνει την κλασική αντίληψη περί της δυνατότητας πλήρους διαχωρισμού του υπό μελέτη συστήματος από το μετρητικό του περιβάλλον. Καθώς, λοιπόν, η διακεκριμένη, σε σχέση με το μετρητικό περιβάλλον, 'υπόσταση' και ΄ταυτότητα' των δύο σωματιδίων δεν ετίθετο καθοιονδήποτε τρόπο υπό επερώτηση, η αδυναμία προσδιορισμού της θέσης και της ορμής τους, μια δεδομένη χρονική στιγμή, ενέπιπτε σ' ένα καθεστώς *επιστημικής άγνοιας* που επιβαλλόταν από τις γενικές αρχές της ΚΦ και τους περιορισμούς της μετρητικής διαδικασίας. Εξ ου και ο ισχυρισμός περί της 'μη-πληρότητας' της κβαντικής θεωρίας.

Από την άλλη πλευρά, το επιχείρημα των EPR παρείχε την ευκαιρία στον Bohr να πιστοποιήσει την εμβέλεια της ερμηνευτικής του προσέγγισης στην ΚΦ (μιας προσέγγισης που είχε παρουσιαστεί για πρώτη φορά στη διάλεξη του Como [Bohr 1928]), να εκλεπτύνει την ορολογία του και να ορίσει έτσι με σαφήνεια το φυσικό περιεχόμενο της συμπληρωματικότητας. Η απάντηση του Bohr στους EPR εκκινούσε από μια ριζικώς καινούργια θέαση της φυσικής πραγματικότητας: η *μη-διαχωρισιμότητα* των υποατομικών διαδικασιών – και, επομένως, ο *ολιστικός χαρακτήρας* της κβαντικής μέτρησης – ήταν εκείνο το χαρακτηριστικό του φυσικού κόσμου που απαγόρευε τον επακριβή προσδιορισμό της κατάστασης των κβαντικών συστημάτων κατά το κλασικό πρότυπο. Υπ' αυτήν δε ακριβώς την οπτική γωνία, τα δύο σωματίδια στο ΝΠ των EPR δεν εκλήφθηκαν ως ευρισκόμενα σε μια καλώς ορισμένη κατάσταση, η οποία 'διαταρασσόταν' με μη ελέγξιμο τρόπο κατά τη διαδικασία της μέτρησης. Γιατί τα σωματίδια και η συσκευή μέτρησης (το διάφραγμα), ως μέρη ενός μη-διαχωρίσιμου 'όλου', αποστερούνταν της δικής τους καλώς ορισμένης κατάστασης, της δικής τους διακεκριμένης 'υπόστασης' και 'ταυτότητας'.

Μια τέτοια βεβαίως θεώρηση αντέστρεφε τη λογική αλληλουχία του επιχειρήματος των EPR: η μη-δυνατότητα προσδιορισμού των συζυγών μεταβλητών δεν ανάγονταν στη μη-πληρότητα της ΚΦ ή στους περιορισμούς της μετρητικής διαδικασίας, αλλά, αντίθετα, οι περιορισμοί της μετρητικής διαδικασίας επιβεβαίωναν τους περιορισμούς ως προς τον προσδιορισμό και πιστοποιούσαν την εγκυρότητα της ΚΦ ως θεωρίας που περιέγραφε έναν μη-διαχωρίσιμο φυσικό κόσμο. Μια τέτοια θεώρηση καταδείκνυε, επίσης, ότι η 'αυτονόητη', υπό το πρίσμα της κλασικής κοσμοθεώρησης και της βιωματικής εμπειρίας, παραδοχή των 'εξατομικευμένων' φυσικών οντοτήτων δεν αντιπροσώπευε τίποτε περισσότερο από μια ασυνείδητη 'εξιδανίκευση', η απρόσκοπτη εφαρμογή της οποίας περιοριζόταν στο μακροσκοπικό και μόνο επίπεδο. Εν τούτοις, η ιστορία της επιστήμης δείχνει ότι η παραδοχή αυτή αποτελούσε ένα ισχυρό 'επιστημολογικό εμπόδιο' που ήταν δύσκολο να υπερπηδηθεί.

Πράγματι, μετά το 1935, το επιχείρημα (ή το 'παράδοξο', όπως συχνά αποκαλείται) των EPR υποκίνησε έναν ευρύ επιστημονικό διάλογο σε σχέση με τη δυνατότητα ενσωμάτωσης στην ΚΦ πρόσθετων ('κρυμμένων') μεταβλητών, οι οποίες, μεταξύ άλλων, θα προσαρτούσαν στην κβαντική θεωρία το στοιχείο της 'ισχυρής αντικειμενικότητας', τη δυνατότητα, δηλαδή, θεώρησης των όρων της ως άμεσα αναφερόμενων σε εγγενείς ιδιότητες των υποατομικών οντοτήτων, όπως ακριβώς η συνθήκη 'πληρότητας' (A_1) των EPR όριζε. Στο πλαίσιο αυτό, το

ΝΠ των EPR αναδιατυπώθηκε από τον Bohm (1951) με τρόπο που διευκόλυνε τον πειραματικό του έλεγχο, ενώ η θεωρητική επεξεργασία του αντίστοιχου επιχειρήματος από τον Bell (1964) απέφερε πειραματικώς ελέγξιμες προτάσεις (τις γνωστές ανισότητες του Bell). Έτσι, μετά το 1980, η ανάπτυξη των πειραματικών τεχνικών οδήγησε σε μια σωρευτική επιβεβαίωση του θεωρήματος του Bell, σύμφωνα με το οποίο καμία τοπική θεωρία 'κρυμμένων μεταβλητών' δεν μπορεί να επιτύχει όλες τις προβλέψεις της ΚΦ. Οι εξελίξεις αυτές κατέστησαν ιδιαίτερα επίκαιρη την ερμηνευτική προσέγγιση του Bohr και, σήμερα, η συντριπτική πλειοψηφία των επιστημόνων θεωρεί ότι η κβαντική μη-διαχωρισιμότητα αποτελεί αντικειμενικό χαρακτηριστικό του φυσικού κόσμου (για μια διεξοδική ανάλυση της θεώρησης του Bohr υπό το πρίσμα της σύγχρονης επιστήμης και φιλοσοφίας, βλ. Χατζηδάκη 2006). Μπορούμε, επομένως, να ισχυριστούμε ότι η εκτίμηση του Kuhn δικαιώνεται: το ΝΠ των EPR βοήθησε την επιστήμη ν' αντλήσει γνώση τόσο για τις έννοιές της όσο και για τη φύση. Σύμφωνα, λοιπόν, με τη θεωρητική θεμελίωση του ερευνητικού μας προγράμματος, η κατάλληλη ανασυγκρότηση του πειράματος αυτού αναμένεται ν' αποφέρει ανάλογα αποτελέσματα και στο εκπαιδευτικό πλαίσιο.

Το νοητικό πείραμα των EPR ως μοχλός μεταγνωσιακού αναστοχασμού

Η εκπαιδευτική ανασυγκρότηση του επιχειρήματος των EPR μπορεί να θέσει υπό συζήτηση τις υποκείμενες στην κλασική θεωρία παραδοχές, εκείνες τις παραδοχές που λειτουργούσαν – κατά την περίοδο γέννησης και θεμελίωσης της ΚΦ – και λειτουργούν – στο πλαίσιο της εκπαιδευτικής διαδικασίας – ως 'επιστημολογικά εμπόδια' για την κατανόηση της ΚΦ. Οι διδασκόμενοι καλούνται, λόγου χάριν, ν' αναγνωρίσουν ότι οι EPR υιοθετούν δύο θεμελιακές παραδοχές της κλασικής κοσμοθεώρησης και του εναρμονιζόμενου με αυτήν κλασικού επιστημονικού ρεαλισμού: α) την παραδοχή περί της *αναλλοίωτης ταυτότητας* των φυσικών οντοτήτων, τις *εγγενείς ιδιότητες* των οποίων καταγράφει η διαδικασία της μέτρησης και β) μια *αντιστοιχιστική θεωρία* περί αλήθειας (συνθήκη A_2).

Από την άλλη πλευρά, υπό το φως της ερμηνευτικής προσέγγισης του Bohr, οι διδασκόμενοι οδηγούνται ν' αναγνωρίσουν ότι η ΚΦ είναι η πρώτη – και έως σήμερα η μόνη – λογικώς συνεκτική, ως προς τη μαθηματική της θεμελίωση, και καλώς επιβεβαιωμένη, ως προς τις εμπειρικές της προβλέψεις, *ολιστική* φυσική θεωρία. Κι' αυτό, γιατί φέρει ως *εγγενές* χαρακτηριστικό της λογικής της δομής τη 'μη-διαχωρισιμότητα' ('non-separability') του 'όλου' σε 'μέρη': λόγω των διαμορφούμενων εντός του 'όλου' κβαντικών συζεύξεων, η απόδοση μιας εξατομικευμένης κατάστασης στα συναπαρτίζοντα το 'όλον' μέρη είναι εν γένει αδύνατη (για μια διεξοδική ανάλυση των φιλοσοφικών συνεπειών της κβαντικής μη-διαχωρισιμότητας, βλ. Karakostas 2004). Εν τούτοις, ο προσδιορισμός της κατάστασης του υπό μελέτη συστήματος συνιστά αναγκαία συνθήκη, όχι μόνο για τη σύνδεση του κβαντικού φορμαλισμού με την παρατηρησιακή/ μετρητική διαδικασία – μια διαδικασία που εκ της φύσεως των ανθρώπινων δυνατοτήτων προς παρατήρηση προϋποθέτει *τον πλήρη διαχωρισμό* του υποκειμένου/ συσκευής μέτρησης από το υπό παρατήρηση αντικείμενο – αλλά και για τη συγκρότηση του ίδιου του 'αντικειμένου' της φυσικής επιστήμης. Κατά συνέπεια, ο ερευνητής, κατά τον σχεδιασμό μιας μέτρησης, οφείλει να διενεργήσει μια *τεχνητή τομή* της, εκ λόγων αρχής, άτμητης κβαντικής ολότητας σε 'υποκείμενο/ μετρητική συσκευή' και 'υπό παρατήρηση σύστημα'. Η τομή αυτή (η οποία αποκαλείται συχνά 'τομή Heisenberg') οδηγεί, αναπόφευκτα, σε *μη-ανακτήσιμη* απώλεια πληροφορίας. Γίνεται λοιπόν φανερό ότι ο εκφραζόμενος, από τις ανισότητες του Heisenberg, *εγγενής* πιθανοκρατικός χαρακτήρας της ΚΦ δεν περιγράφει μια κατάσταση επιστημικής άγνοιας, όπως η θεώρηση των EPR υποδείκνυε, αλλά *την αντικειμενική απροσδιοριστία* της κατάστασης του υπό μελέτη συστήματος, όπως ακριβώς ο Bohr υπογράμμιζε.

Η εκπαιδευτική διαδικασία, στηριζόμενη στις ανωτέρω διαπιστώσεις, θέτει ως θεμέλιο ερμηνευτικό λίθο της ΚΦ την έννοια της συμπληρωματικότητας. Η έννοια αυτή, αναγνωρίζοντας ως αναπόδραστη την απώλεια γνώσης κατά τη μετρητική διαδικασία, διατυπώνει την ανάγκη χρήσης *πλαισιακών*, *αμοιβαίως αποκλειόμενων περιγραφών*, ο συνδυασμός των οποίων αποφέρει τη *μέγιστη δυνατή* γνώση για το υπό μελέτη φυσικό σύστημα υπό όρους επιστημονικής αντικειμενικότητας. Ο πλαισιακός χαρακτήρας των παρατηρησιακών κβαντικών περιγραφών καθιστά τις θέσεις του κλασικού επιστημονικού ρεαλισμού εκ θεμελίων ασύμβατες με το φυσικό περιεχόμενο της ΚΦ (Karakostas & Hadzidaki 2005). Γιατί γίνεται πλέον φανερό ότι, σε αντίθεση με ό,τι η συνθήκη A_1 των EPR όριζε, τα παρατηρήσιμα μεγέθη της ΚΦ – καθώς και οι συνδεδεμένες με τα μεγέθη αυτά κλασικές 'εικόνες' του 'κύματος' και του 'σωματιδίου' – δεν αναφέρονται στο υπό μελέτη σύστημα ως κατά Kant 'πράγμα καθεαυτό', αλλά στις δυνατές του 'εμφανίσεις' εντός ενός συγκεκριμένου πειραματικού πλαισίου, όπως το πλαίσιο αυτό ορίσθηκε από το ερώτημα του ερευνητή. Υπ' αυτήν δε την προοπτική, οι διδασκόμενοι μπορούν πλέον ν' αναγνωρίσουν ότι το 'παράδοξο' των EPR παύει να υφίσταται, εάν εγκαταλείψει κανείς τα υποστηριζόμενα από τη βιωματική εμπειρία κλασικά στερεότυπα και τις υποκείμενες σε αυτά παραδοχές.

Εκ της συνοπτικής αυτής παρουσίασης, γίνεται φανερό ότι μια διδακτική παρέμβαση σ' αυτήν την κατεύθυνση εμπεριέχει ως *εγγενές* στοιχείο τον *μετα-γνωσιακό* και *μετα-επιστημονικό* αναστοχασμό. Αναφέρουμε, ενδεικτικά, ότι το ίδιο το προς εκμάθηση αντικείμενο καθοδηγεί τους διδασκόμενους να διερευνήσουν τις υποκείμενες στις γνωσιακές τους δομές *αυτονόητες* και, ως εκ τούτου, *άρρητες* παραδοχές, το επιστημολογικό και μεταφυσικό υπόβαθρο των επιστημονικών εγχειρημάτων, τον καθοριστικό ρόλο των εκάστοτε εφαρμοζόμενων επιστημολογικών στρατηγικών στην επιστημονική εξέλιξη, τη φύση και το οντολογικό υπόβαθρο των επιστημονικών θεωριών, τις δυνατότητες και τα όρια της ανθρώπινης γνώσης. Μια τέτοια σύνθεση χαράσσει, βεβαίως, μια ριζικώς διαφορετική, σε σχέση με τα καθιερωμένα πρότυπα, εξηγητική στρατηγική, μια στρατηγική που ενέχει κατά τη γνώμη μας τη δυνατότητα να οδηγήσει στην ουσιαστική κατανόηση τόσο του επιστημονικού περιεχομένου της ΚΦ όσο και της ιδιαίτερης 'φύσης' της επιστήμης (Hadzidaki 2006a). Οφείλουμε, τέλος, να σημειώσουμε ότι η αντιμετώπιση των ΝΠ υπό μια τέτοια οπτική γωνία επεκτείνει τις αναζητήσεις ανάλογων εκπαιδευτικών μελετών (Gilbert & Reiner 2000, Lattery 2001, Stinner et al. 2003, Velentzas et al. 2006) και τις εξειδικεύει, παράλληλα, στο ιδιαιτέρως απαιτητικό μαθησιακό αντικείμενο της ΚΦ.

Παραπομπές

- Χατζηδάκη, Π. (2006). Εννοιολογική Αλλαγή και Επιστημονικός Ορθολογισμός: Niels Bohr και το πρόβλημα της Φυσικής Πραγματικότητας στην Κβαντική Φυσική. Διδακτορική διατριβή, Τμήμα ΜΙΘΕ, Πανεπιστήμιο Αθηνών – Τμήμα ΕΜΦΕ, ΕΜΠ.

- Abd-El Khalick, F. (2001). Embedding Nature of Science Instruction in Pre-Service Elementary Science Courses: Abandoning Scientism, but … . Journal of Science Teacher Education, 12(3), 215-233.
- Bachelard, G. (1938). La Formation de l' Esprit Scientifique: Contribution a une Psychanalyze de la Connaissance Objective. J. Vrin, 1980, Paris.
- Baltas, A. (1986). Ideological Assumptions in Physics: Social Determinations of Internal Structures. Philosophy of Science Association (PSA), Volume II, 130-151.
- Bell, J. L. (1964). On the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox. J. Wheeler & W. Zurek (eds) (1987). Quantum Theory and Measurement. Princeton University Press, New Jersey, 403-408.
- Bohm, D. (1951). Quantum Theory. Prentice Hall, Englewood Cliffs. Οι σχετικές με το 'παράδοξο' των EPR ενότητες (ενότητες 15-19 του κεφαλαίου 22) αναδημοσιεύονται στο J.

Wheeler & W. Zurek (eds) (1987). Quantum Theory and Measurement. Princeton University Press, New Jersey, 356-368.

- Bohr, N. (1928). The Quantum Postulate and the Recent Development of Atomic Theory. Bohr, N. (1934). Atomic Theory and the Description of Nature. Ox Bow Press, 1987, Connecticut, 54-91.
- Bohr, N. (1935). Can Quantum Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?'. J. Wheeler & W. Zurek (eds) (1987). Quantum Theory and Measurement. Princeton University Press, New Jersey, 145-151.
- Brown, R. (1991). Laboratory of the Mind: Thought Experiments in the Natural Sciences. Routledge, New York.
- Duit, R. & Treagust, D. (2003). Conceptual Change: A Powerful Framework for Improving Science Teaching and Learning. International Journal of Science Education, 25(6), 671-688.
- Einstein, A., Podolsky, B. & Rosen, N. (1935). Can Quantum Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?'. J. Wheeler & W. Zurek (eds) (1987). Quantum Theory and Measurement. Princeton University Press, New Jersey, 138-141.
- Gilbert, J. & Reiner, M. (2000). Thought Experiments in Science Education: Potential and Current Realization. International Journal of Science Education, 15(3), 255-260.
- Hadzidaki, P. (2003). History and Philosophy of Science: An Instructional Base for attaining a Qualitative Approach to Quantum Mechanics Worldview. Themes in Education, 4, 37-48.
- Hadzidaki, P. (2006a). Quantum Mechanics and Scientific Explanation: An Explanatory Strategy Aiming at Providing Understanding. Υπό δημοσίευση στο Science & Education, Springer on line.
- Hadzidaki, P. (2006b). The Heisenberg Microscope: A Powerful Instructional Tool for Promoting Meta-Cognitive and Meta-Scientific Thinking on Quantum Mechanics and the Nature of Science. Υπό δημοσίευση στο Science & Education. Springer on line.
- Hadzidaki, P., Kalkanis, G. & Stavrou, D. (2000). Quantum Mechanics: A Systemic Component of the Modern Physics Paradigm. Physics Education, 35(6), 386-392.
- Johnston, I., Crawford, K. & Fletcher, P. (1998). Student Difficulties in Learning Quantum Mechanics. International Journal of Science Education, 20(4), 427-446.
- Kalkanis, G., Hadzidaki, P. & Stavrou, D. (2003). An Instructional Model for a Radical Conceptual Change towards Quantum Mechanics Concepts. Science Education, 87, 257-280.
- Karakostas, V. (2004). Forms of Quantum Nonseparability and Related Philosophical Consequences. Journal for General Philosophy of Science, 35, 285-312.
- Karakostas, V. & Hadzidaki, P. (2005). Realism vs. Constructivism in Contemporary Physics: The Impact of the Debate on the Understanding of Quantum Theory and its Instructional Process. Science & Education, 14(7), 607-629.
- Kuhn, T. (1964). A Function for Thought Experiments. Kuhn, T. (1977). The Essential Tension. The University of Chicago Press, Chicago, 240-265.
- Lattery, M. (2001). Thought Experiments in Physics Education. Science & Education 10, 485-492.
- Lederman, N.G. (1992). Students' and Teachers' Conceptions of the Nature of Science: A Review of the Research. Journal of Research on Science Teaching, 29, 331-359.
- Matthews, R. (1998). The Nature of Science and Science Education. B. Fraser & K. Tobin (eds) (1998). International Handbook of Science Education. Kluwer Academic Publishers, 981-999.
- Nersessian, N. (1992). How Do Scientists Think? Capturing the Dynamics of Conceptual Change in Science. R.N. Giere (ed) (1992). Cognitive Models of Science. University of Minessota Press, USA, 3-40.
- Norton, J. (1991). Thought Experiments in Einstein's Work. T. Horowitz and G. Massey (eds) (1991). Thought Experiments in Science and Philosophy. Rowman and Littlefield, Savage MD.
- Petri, J. & Niedderer, H. (1998). A Learning Pathway in High School Level Quantum Atomic Physics. International Journal of Science Education, 20(9), 1075-1088.

- Posner, G., Strike, K., Hewson, P. & Gertzog, W. (1982). Accommodation of a Scientific Conception: Toward a Theory of Conceptual Change. Science Education, 66(2), 211-227.
- Seifert, S. & Fischler, H. (1999). A Multi-Dimensional Approach for Analyzing and Constructing Teaching and Learning Processes about Particle Models. Proceedings of the 2nd International Conference of ESERA, Kiel, Germany, 393-395.
- Stinner, A., McMillan, B., Metz, D., Jilek, J. & Klassen, S. (2003). The Renewal of Case Studies in Science Education. Science & Education, 12(7), 617-643.
- Velentzas, A., Halkia, K. & Skordoulis, C. (2006). Thought Experiments in the Theory of Relativity and in Quantum Mechanics: Their Presence in Textbooks and in Popular Science Books. Υπό δημοσίευση στο Science & Education. Springer on line.
- Vosniadou, S. & Brewer, W.F. (1992). Mental Models of the Earth: A Study of Conceptual Change in Childhood. Cognitive Psychology, 24, 535-585.