

7ο Μάθημα

Η ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΕΝΟΣ ΥΛΙΚΟΥ

Συμβαίνει κι αυτό: ο όγκος ενός σώματος να 'ναι μεγάλος, αλλά η μάζα του να 'ναι μικρή

Από την καθημερινή μας ζωή, ξέρουμε τι σημαίνει πυκνό και αραιό: πυκνό δάσος, αραιά μαλλιά κ.λπ. Εδώ θα μελετήσουμε κάποια ανάλογη έννοια για ένα ομογενές υλικό, π.χ. νερό, σίδηρο, οινόπνευμα, αέρα. Από τη μελέτη αυτή, θα προκύψει η έννοια και ο ορισμός της πυκνότητας του υλικού.



Ερωτήσεις

α) Αν πάρουμε ένα κομμάτι σίδηρο και ένα κομμάτι ξύλο ποιο είναι πιο βαρύ; (Ακριβέστερα, ποιο έχει μεγαλύτερη μάζα;) Μπορείς να απαντήσεις σ' αυτό το ερώτημα, ναι ή όχι και γιατί;

.....
.....
.....

β) Ποιο έχει μεγαλύτερη μάζα, 1 kg σίδηρος ή 1 kg βαμβάκι;

.....

γ) Αν πάρουμε σίδηρο όγκου 10 cm^3 και ξύλο ίδιου όγκου (10 cm^3), ποιο έχει μεγαλύτερη μάζα;

.....

δ) Αν πάρουμε 20 cm^3 ξύλο και 20 cm^3 βαμβάκι, ποιο έχει μεγαλύτερη μάζα;

.....

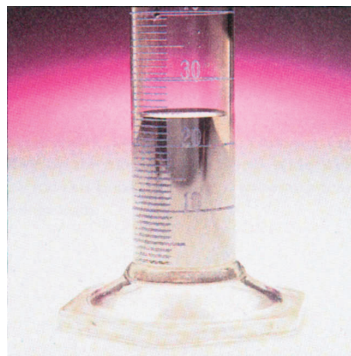
ε) Αν πάρουμε σίδηρο μάζας 1 kg και ξύλο ίδιας μάζας (1 kg), ποιο έχει μεγαλύτερο όγκο;

.....

στ) Παίρνουμε 10 cm^3 καθαρό υδράργυρο σε θερμοκρασία 20°C , τον ζυγίζουμε και βρίσκουμε ότι έχει μάζα 136 g. Αν πάρουμε διπλάσιο όγκο υδραργύρου, στην ίδια θερμοκρασία, πόση μάζα θα έχει;

.....

ζ) Παίρνουμε 100 g καθαρό υδράργυρο σε θερμοκρασία 20°C, μετρούμε τον όγκο του και βρίσκουμε ότι είναι 1360 cm³. Αν πάρουμε διπλάσια μάζα υδραργύρου, στην ίδια θερμοκρασία, πόσο όγκο θα έχει;



Ογκομετρικός κύλινδρος που περιέχει 24 cm³ υδραργύρου

.....

η) Παίρνουμε 10 cm³ καθαρό υδράργυρο σε θερμοκρασία 20°C, τον ζυγίζουμε και βρίσκουμε ότι έχει μάζα 136 g. Παίρνουμε "χημικώς καθαρό" νερό (απεσταγμένο νερό), ίδιου όγκου (10 cm³), στην ίδια θερμοκρασία, το ζυγίζουμε και βρίσκουμε ότι έχει μάζα 10 g . Μπορείς να συγκρίνεις τον υδράργυρο και το νερό σύμφωνα με τα προηγούμενα δεδομένα;

.....

.....

Από την καθημερινή ζωή σου, έχεις γνώση της έννοιας του πυκνού και του αραιού. Λέμε, π.χ., ότι κάποιος άνθρωπος έχει πυκνά μαλλιά ενώ κάποιος άλλος έχει αραιά μαλλιά, ή ότι ένα δάσος είναι πυκνό ενώ κάποιο άλλο είναι αραιό, ή ότι μια πόλη είναι πυκνοκατοικημένη ενώ μια άλλη είναι αραιοκατοικημένη. Μιλάμε ακόμη για πυκνή ομίχλη και για πυκνό σκοτάδι.

Λαμβάνοντας υπόψη τώρα τις απαντήσεις σου στα παραπάνω ερωτήματα και ιδιαίτερα τη σύγκριση των μαζών δύο υλικών που έχουν τον ίδιο όγκο, μπορείς να πεις ποιο είναι πιο πυκνό υλικό, ο σίδηρος ή το ξύλο; Το ξύλο ή το βαμβάκι; Ο σίδηρος ή το βαμβάκι; Ο υδράργυρος ή το νερό;

.....

.....

Στις φυσικές επιστήμες, εκτός από ποιοτικά χαρακτηριστικά (μεγάλος - μικρός, βαρύς - ελαφρύς, πυκνός - αραιός), χρησιμοποιούμε κυρίως ποσοτικά χαρακτηριστικά, π.χ. όγκος 10 cm³, μάζα 11 g. Χρήσιμο θα είναι επομένως να βρούμε και ένα ποσοτικό μέγεθος που να εκφράζει το πόσο πυκνό είναι ένα υλικό. Πρώτα όμως πρέπει να επισημάνουμε ότι το υλικό αυτό πρέπει να είναι ομογενές, π.χ. διαυγές νερό, σίδηρος, υδράργυρος, αλατόνερο, κ.λπ. όχι μια συσκευή τηλεοράσεως ή ένα αυτοκίνητο, που αποτελούνται από ποικιλία υλικών.

Από τις απαντήσεις στις ερωτήσεις α-η είναι φανερό ότι δύο φυσικά μεγέθη παίζουν ρόλο στο πόσο πυκνό είναι ένα υλικό. Ποια είναι αυτά τα μεγέθη;

.....

Προτού προχωρήσουμε, είναι απαραίτητο να εξετάσουμε την έννοια του πηλίκου ή, όπως συνήθως λέμε, του **λόγου δύο**

Η έννοια του λόγου δύο φυσικών μεγεθών

α) Δύο κτίρια έχουν ύψος, το ένα 56 m, το άλλο 8 m. Πόσες φορές ψηλότερο είναι το πρώτο κτίριο από το δεύτερο;

Η απάντηση βρίσκεται εύκολα με μια διαίρεση: $56 : 8 = 7$.

Παρατηρούμε ότι διαιρετέος και διαιρέτης (ή, ισοδύναμα, αριθμητής και παρονομαστής) είναι το ίδιο φυσικό μέγεθος ήτοι μήκος. Επειδή

$$56 \text{ m} / 8 \text{ m} = (56 / 8)(1 \text{ m} / 1 \text{ m}) = (56 / 8)(1) = 56 / 8 = 7.$$

το πηλίκο δεν έχει μονάδες, είναι όπως λέμε **καθαρός αριθμός**.

β) Αγοράσαμε 8 ίδιες σοκολάτες και πληρώσαμε 4 €. Πόσα ευρώ αγοράσαμε τη μία σοκολάτα;

Η απάντηση βρίσκεται με διαίρεση (διαίρεση μερισμού): $4/8 = 0,50$ €.

Εδώ διαιρετέος και διαιρέτης είναι διαφορετικά μεγέθη, ευρώ ο διαιρετέος, σοκολάτες ο διαιρέτης. Το αποτέλεσμα (το πηλίκο) δεν είναι τώρα καθαρός αριθμός:

$$4 \text{ €} / 8 \text{ σοκολάτες} = (4 / 8) \text{ €} / (1 \text{ σοκολάτα}) = 0,50 \text{ €} / 1 \text{ σοκολάτα} \\ = 0,50 \text{ €} / \text{σοκολάτα}.$$

Στην περίπτωση αυτή, το αποτέλεσμα της διαίρεσης $4 : 8 = 0,50$ εκφράζει πόσα ευρώ **αντιστοιχούν** σε **μία** σοκολάτα, δηλαδή πόσα ευρώ κάνει η μία σοκολάτα (**τιμή μονάδας**). Γενικά:

- Κάθε φορά που διαιρούμε διαφορετικά μεγέθη, το αποτέλεσμα εκφράζει πόσες μονάδες από αυτό που είναι ο διαιρετέος αντιστοιχούν σε μία μονάδα από αυτό που είναι ο διαιρέτης.

Ή ισοδύναμα,

- Ο λόγος δύο διαφορετικών μεγεθών δείχνει πόσες μονάδες από αυτό που είναι στον αριθμητή αντιστοιχούν σε μία μονάδα από αυτό που είναι στον παρονομαστή.

(ΠΡΟΣΟΧΗ. Τα μεγέθη αυτά πρέπει να έχουν σχέση μεταξύ τους. Εδώ τα ευρώ είναι η τιμή για τις σοκολάτες).

γ) Θα εξετάσουμε τώρα τη σημασία του αντίστροφου λόγου, ήτοι της διαίρεσης

$$8 \text{ σοκολάτες} / 4 \text{ €} = (8 / 4) \text{ σοκολάτες} / (1 \text{ €}) = 2 \text{ σοκολάτες} / \text{€}$$

Το αποτέλεσμα (2) μάς δείχνει πόσες σοκολάτες αγοράζουμε με
Απάντηση: σοκολάτες.

Παρατηρούμε ότι το αποτέλεσμα είναι ο αντίστροφος αριθμός του προηγούμενου (του 1/2).

δ) Αν η μία σοκολάτα κάνει 0,50 €, πόσες σοκολάτες θα αγοράσουμε με 2 €;

Ξέρουμε ότι το αποτέλεσμα βρίσκεται με διαίρεση (**διαίρεση μετρήσεως**), $2 : 0,50 = 4$, δηλαδή 4 σοκολάτες.

$$2 \text{ €} / (0,50 \text{ €} / 1 \text{ σοκολάτα}) = (2 / 0,50) [(\text{€} / 1) / (\text{€} / 1 \text{ σοκολάτα})] = \\ 4 (\text{€} \times \text{σοκολάτες}) / 1 \text{ €} = 4 \text{ σοκολάτες}.$$

ΣΗΜΕΙΩΣΗ. Στα παραδείγματα (**β-δ**) δεν είχαμε βέβαια φυσικά μεγέθη. Η περίπτωση των φυσικών μεγεθών δεν είναι διαφορετική.

Η έννοια της πυκνότητας

Διαπιστώσαμε ότι δύο φυσικά μεγέθη παίζουν ρόλο στο πόσο πυκνό είναι ένα υλικό. Η *μάζα* του υλικού και ο *όγκος* του υλικού. Ας εξετάσουμε τον λόγο της μάζας προς τον όγκο ενός υλικού. Προς τούτο χρησιμοποιούμε γνωστά μας δεδομένα.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ. Στα δεδομένα αυτά, τηρείται μια σχολαστικότητα στους αριθμούς, δηλαδή οι αριθμοί δίδονται με σχολαστικότητα ως προς τα σημαντικά ψηφία τους.

- Παίρνουμε καθαρό υδράργυρο όγκου $10,00 \text{ cm}^3$, στους $20,00^\circ\text{C}$, τον ζυγίζουμε και βρίσκουμε ότι έχει μάζα $135,939 \text{ g}$.

Να έχεις υπόψη σου

Ο όγκος των υλικών μεταβάλλεται με τη θερμοκρασία. Πράγματι, όταν θερμαίνονται τα σώματα αυξάνεται ο όγκος τους (διαστέλλονται), ενώ όταν ψύχονται ελαττώνεται ο όγκος τους (συστέλλονται). Για τον λόγο αυτόν, πρέπει να αναφέρουμε και τη θερμοκρασία κάθε φορά που αναφέρουμε τον όγκο ενός υλικού. Στην πράξη αυτό συχνά δεν γίνεται διότι οι μεταβολές του όγκου στερεών και υγρών σωμάτων, για μικρές μεταβολές της θερμοκρασίας, δεν είναι μεγάλες.

Ας εξετάσουμε τον λόγο της μάζας του υδραργύρου προς τον όγκο του:

ΠΡΟΣΟΧΗ. Τα μεγέθη αυτά πρέπει να έχουν σχέση μεταξύ τους. Εδώ μάζα και όγκος αναφέρονται στο *ΙΔΙΟ* σώμα, τον υδράργυρο.

$$135,939 \text{ g} / 10,00 \text{ cm}^3 = (135,939/10) (\text{g} / 1 \text{ cm}^3) = 13,5939 \text{ g} / 1 \text{ cm}^3 = 13,60 \text{ g/cm}^3$$

Η έννοια του λόγου της μάζας προς τον όγκο ενός ομογενούς υλικού

Ο αριθμός 13,60 εκφράζει πόσα υδραργύρου αντιστοιχούν σε ή πιο απλά τη μάζα υδραργύρου, στους $20,00^\circ\text{C}$.

- Παίρνουμε "χημικά καθαρό" (απεσταγμένο) νερό όγκου $10,00 \text{ cm}^3$, στους 4°C (ακριβέστερα στους $3,98^\circ\text{C}$), το ζυγίζουμε και βρίσκουμε ότι έχει μάζα $10,000 \text{ g}$.

Να υπολογίσεις τον λόγο της μάζας προς τον όγκο.

Το αποτέλεσμα ($1,000 \text{ g/cm}^3$) είναι πολύ μικρότερο από τον αντίστοιχο λόγο του υδραργύρου.

- Ποιο φαίνεται πυκνότερο υλικό, ο υδράργυρος ή το νερό;

Ορισμός της πυκνότητας

Μπορεί επομένως ο λόγος της μάζας προς τον όγκο μιας ποσότητας ενός ομογενούς υλικού να ληφθεί ως μέτρο του πόσο πυκνό είναι το υλικό;

Στον λόγο αυτόν δίνουμε το όνομα **πυκνότητα** του υλικού.

Ο υδράργυρος έχει πυκνότητα (στους °C), ενώ το απεσταγμένο νερό έχει πυκνότητα (στους °C). Ο υδράργυρος δηλαδή έχει πολύ πυκνότητα από το νερό, είναι φορές

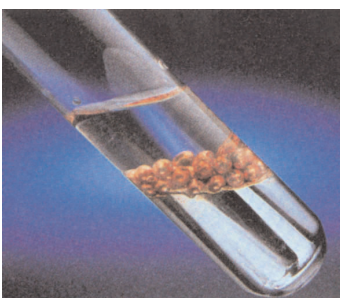
Μπορούμε τώρα να δώσουμε τον ορισμό της πυκνότητας:

- Η πυκνότητα ενός ομογενούς υλικού (σε ορισμένη θερμοκρασία) ορίζεται ως το της ενός κομματιού ή μιας ποσότητας από το υλικό αυτό διά του του κομματιού ή της ποσότητας αυτής στην ίδια θερμοκρασία.

Μονάδες πυκνότητας

Η πυκνότητα των υλικών εκφράζεται συνήθως σε γραμμάρια του υλικού ανά (ένα) κυβικό εκατοστό του υλικού, g/cm³. Μπορεί ακόμη να εκφραστεί σε χιλιόγραμμα ανά (ένα) λίτρο (kg/L) ή σε χιλιόγραμμα ανά (ένα) κυβικό μέτρο (kg/m³). Ποια από τις παραπάνω είναι η μονάδα στο διεθνές σύστημα SI;

Η μάζα και ο όγκος ενός υλικού είναι μεγέθη ανάλογα



Νερό, χαλκός και υδράργυρος

- 1 cm³ υδραργύρου έχει μάζα 13,6 g.
- 2 cm³ υδραργύρου πόση μάζα έχουν;
- 3 cm³ υδραργύρου πόση μάζα έχουν;
- 10 cm³ υδραργύρου πόση μάζα έχουν;

Παρατηρούμε ότι

- Όταν διπλασιάζεται ο όγκος του υδραργύρου, η μάζα Όταν τριπλασιάζεται ο όγκος, η μάζα κ.ο.κ.
- Πώς λέγονται στα μαθηματικά τέτοια μεγέθη;
- Ποια χαρακτηριστική ιδιότητα έχουν τα μεγέθη; Έχουν λόγο.
- Ο αυτός λόγος είναι η του υλικού.

Η πυκνότητα μιας καθαρής ουσίας είναι μια φυσική σταθερά για την ουσία

Η πυκνότητα των καθαρών ομογενών υλικών (καθαρών **ουσιών**) (όπως π.χ. του απεσταγμένου νερού, του καθαρού οινοπνεύματος, του καθαρού αλατιού, της καθαρής ζάχαρης, του καθαρού χρυσού, του καθαρού σιδήρου) είναι ένα χαρακτηριστικό μέγεθος για κάθε τέτοιο υλικό. Μπορούμε δηλαδή από την αριθμητική τιμή της πυκνότητας να βρούμε ποιο είναι το υλικό. Για τον σκοπό αυτόν, χρησιμοποιούμε πίνακες που δίνουν τις πυκνότητες διαφόρων υλικών σε κάποια θερμοκρασία, συνήθως στους 20°C. Η πυκνότητα ενός καθαρού υλικού είναι όπως λέμε μια **φυσική σταθερά** του υλικού.

Πυκνότητες διαφόρων ουσιών

Στερεά (g/cm³)	Υγρά (g/cm³)	Αέρια (g/L)
σίδηρος 7,86	νερό (4°C) 1,000	οξυγόνο (0°C) 1,429
χαλκός 8,92	νερό (0°C) 0,99987	άζωτο 1,2506
μόλυβδος (15°C) 11,3437	νερό (20°C) 0,99823	υδρογόνο 0,0899
αλουμίνιο 2,702	υδράργυρος (20°C) 13,5939	διοξείδιο του άνθρακα 1,977
αλάτι (25°C) 2,165	υδράργυρος (0°C) 13,5955	
ζάχαρη 1,5805	οινόπνευμα 0,7893	
θειάφι (20°C) 2,07	γλυκόλη* 1,1088	

* το αντιπηκτικό υγρό στα ψυγεία των αυτοκινήτων.

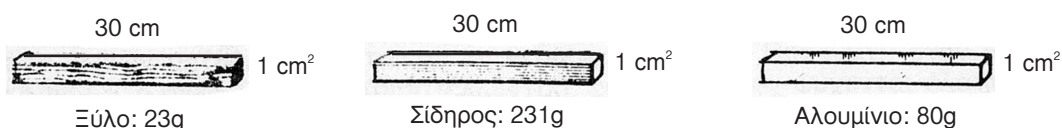
ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΣΕ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Ποια η σημασία του λόγου δύο αριθμών που εκφράζουν το ίδιο φυσικό μέγεθος, π.χ. μήκος ο ένας, μήκος και ο άλλος, εμβαδό ο ένας, εμβαδό και ο άλλος, μάζα ο ένας, μάζα και ο άλλος;
2. Ποια η σημασία του λόγου δύο αριθμών που εκφράζουν διαφορετικό φυσικό μέγεθος ο καθένας, π.χ. μάζα προς όγκο μιας ποσότητας ενός ομογενούς υλικού;
(ΠΡΟΣΟΧΗ. Τα μεγέθη αυτά πρέπει να έχουν σχέση μεταξύ τους. Εδώ μάζα και όγκος αναφέρονται στο **ΙΔΙΟ** σώμα.)
3. Τι εκφράζει το φυσικό μέγεθος μάζα ανά μονάδα όγκου για κάποιο ομογενές υλικό;
4. Έχει σημασία ο παραπάνω λόγος για μη ομογενές υλικό, π.χ για ένα μίγμα νερού και λαδιού;
5. Τι εκφράζει για ένα υλικό ο αντίστροφος λόγος όγκος προς μάζα;
6. Ποιες οι μονάδες της πυκνότητας;
7. Τι σημαίνει ότι η μάζα και ο όγκος για κάθε ομογενές υλικό είναι μεγέθη ανάλογα;
8. Πώς η έννοια της πυκνότητας συνδέεται με μια χαρακτηριστική ιδιότητα των ανάλογων ποσών μάζας και όγκου; Μπορείς να δώσεις έναν ορισμό για την πυκνότητα ενός ομογενούς υλικού;
9. Γιατί η θερμοκρασία μεταβάλλει κατά μικρό ποσό την τιμή της πυκνότητας ενός υλικού;
10. Τα αέρια σώματα χαρακτηρίζονται από πυκνότητα, ναι ή όχι και γιατί;
11. Ποια έχουν κατά κανόνα μεγαλύτερες και ποια μικρότερες τιμές πυκνότητας, τα στερεά, τα υγρά ή τα αέρια σώματα;
12. Μπορείς να σχολιάσεις τα δεδομένα της διπλανής φωτογραφίας;



Για να γνωρίσεις περισσότερα, να σκεφθείς και να καταλάβεις γιατί

1. Η πυκνότητα ενός ομογενούς μίγματος, π.χ αλατόνευρου, έχει μια ορισμένη χαρακτηριστική τιμή, είναι δηλαδή μια φυσική σταθερά του αλατόνευρου, ναι ή όχι και γιατί;
2. Έχει έννοια η πυκνότητα, μπορεί δηλαδή να οριστεί μία τιμή πυκνότητας για ένα ετερογενές υλικό, π.χ. για μίγμα λαδιού και νερού;
3. Χρησιμοποιώντας την πυκνότητα, να δοθούν ορισμοί για τις εξής έννοιες:
 - καθαρό σώμα (ουσία)
 - ομογενές μίγμα
 - ετερογενές μίγμα.
4. 1 cm^3 χαλκού ζυγίζει 8,9 g, ενώ 1 cm^3 φελλού ζυγίζει 0,25 g. Ποια είναι η πυκνότητα του χαλκού και ποια του φελλού;
5. Με βάση τα δεδομένα του σχήματος, να υπολογίσεις τις πυκνότητες του ξύλου, του σιδήρου και του αλουμινίου.



6. Πόση μάζα έχουν $30,00 \text{ cm}^3$ υδραργύρου στους $20,00^\circ\text{C}$;
7. Θα εξετάσουμε τώρα τον λόγο του όγκου (10 cm^3) προς τη μάζα (136 g) μιας ποσότητας υδραργύρου. Τι εκφράζει αυτός ο λόγος; Θα μπορούσαμε να είχαμε ορίσει την πυκνότητα με αυτό τον λόγο; Αν όχι γιατί, αν ναι ποιο βασικό μειονέκτημα θα είχε ένας τέτοιος ορισμός; Μπορείς να προτείνεις πιο κατάλληλο όνομα για το μέγεθος αυτό;
[Ο λόγος αυτός είναι το αντίστροφο της πυκνότητας του υδραργύρου, δηλαδή $(1/13,6) \text{ cm}^3/\text{g}$.]
8. Να υπολογίσεις τι όγκο θα έχουν (α) 1,000 g υδραργύρου στους $20,00^\circ\text{C}$, (β) $30,00 \text{ g}$ υδραργύρου στους $20,00^\circ\text{C}$.
9. Να μετατραπεί η πυκνότητα του υδραργύρου, $13,6 \text{ g/cm}^3$, σε (kg/L) και σε (kg/m^3) . Τι κανόνες εξάγεις από αυτές τις μετατροπές;
10. Στους 0°C , η πυκνότητα του υδραργύρου είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη από ό, τι στους 20°C ;
11. Να συγκρίνεις τις τιμές της πυκνότητας του νερού στους 0°C , στους 4°C και στους 20°C . Παρατηρείς κάποια μη κανονική συμπεριφορά;
[Αυτό είναι μια εξαίρεση που παρατηρείται μόνο στο νερό και έχει σημαντικές συνέπειες για τη φύση και τη ζωή σ' αυτήν. Έτσι ο πάγος έχει μικρότερη πυκνότητα από το υγρό νερό και γι' αυτό]
12. Το φελιζόλ είναι ένα πλαστικό υλικό (πολυουρεθάνη) μέσα στο οποίο υπάρχει διασκορπισμένος αέρας. Αποτέλεσμα αυτού είναι μια μικρή ποσότητα του υλικού να αποκτά πολύ μεγαλύτερο όγκο (διογκωμένη πολυουρεθάνη). Τι συνέπεια έχει αυτό για την πυκνότητα του φελιζόλ;